نام و نام خانوادگی: .....
مقطع و رشته:
نام پدر: .....
شماره داوطلب: .....
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
آزمون **میان ترم نوبت اول** سال تحصیلی **۱۴۰۱-۱۴۰۰**

نام درس:
نام دبیر:
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۸/
ساعت امتحان: ۱۰:۰۰ صبح/ عصر
مدت امتحان : ۹۰ دقیقه

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر: تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	ماتریس $A_{۳\times۲}$ با ضابطه $a_{ij}=\begin{cases}۳i+j & i<j\\ i.j & i=j\\ ۲i-۲j & i>j\end{cases}$ مفروض است A را مشخص کنید	۲
۲	اگر ماتریس های $A=\begin{bmatrix}a+۱ & b-a\\ c+۲ & d+b\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}i+j & i-j\\ ij & \frac{i}{j}\end{bmatrix}$ و ماتریس های $A+I,B-I$ باهم برابر باشند a,b,c,d را بیابید	۲
۳	اگر ماتریس $A=\begin{bmatrix}۳ & ۰ & ۲۱\\ ۱ & ۱ & ۱\\ -۱ & ۱ & ۰\end{bmatrix}$ باشد ماتریس $۲A^{۲}+A-۴I$ را بیابید	۲
۴	اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}$ باشد ماتریس $A^{۷۰}$ را بیابید	۲
۵	اگر $A=\begin{bmatrix}۴ & ۵\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}$ باشد حاصل $۹A^{-۱}-۲A^{۲}$ را بیابید	۲
۶	معادله دترمینانی $\begin{vmatrix}۱ & ۱ & -۱\\ ۱ & x & ۲\\ -۱ & ۳ & ۲\end{vmatrix}=۵$ را حل کنید	۲
۷	اگر A ماتریسی از مرتبه ۲ باشد و $\lvert A\rvert=-۲$ حاصل دترمینان $\left\lvert ۲A^{۲}\lvert ۴A\rvert A^{-۱}\rvert\right\rvert$ را بیابید	۲
۸	دستگاه زیر را به روش ماتریس وارون حل کنید $\begin{cases}۴x-y=۵\\ x+۲y=۱\end{cases}$	۲
	اگر دستگاه زیر جواب نداشته باشد مقدار m را بیابید $\begin{cases}(m+۱)x-۲y=۵\\ ۲x-۲(m-۳)y=۱\end{cases}$	۲
	اگر $A^{۲}-A=۷I$ باشد ، وارون ماتریس $A+۲I$ را بدست آورید	۲

جمع بارم : ۲۰ نمره

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران

دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت

کلید سؤالات میان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس:

نام دبیر:

تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۸/

ساعت امتحان: ۱۰:۰۰ صبح/عصر

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$A_{۳\times۲}=\begin{bmatrix}a_{۱۱} & a_{۱۲}\\ a_{۲۱} & a_{۲۲}\\ a_{۳۱} & a_{۳۲}\end{bmatrix}$ $a_{۱۱}=\lvert۱\rvert=۱$ $\quad a_{۱۲}=۳\times۱+۲=۵$ $a_{۲۱}=۲\times۲-۳\times۱=۲$ $\quad a_{۲۲}=۳\times۲=۴$ $a_{۳۱}=۲\times۳-۲\times۱=۴$ $\quad a_{۳۲}=۲\times۳-۲\times۲=۲$ $\Rightarrow A=\begin{bmatrix}۱ & ۵\\ ۲ & ۴\\ ۴ & ۲\end{bmatrix}$	
۲	$A+I=B-I \Rightarrow \begin{bmatrix}a+۱ & b-a\\ c+۲ & d+b\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$ $\begin{cases}a+۱+۱=۲-۱ \Rightarrow a+۲=۱ \rightarrow a=-۱\\ b-a+۰=۱-۰ \Rightarrow b-a=۱ \rightarrow b+۱=۱ \rightarrow b=۰\\ c+۲+۰=۲-۰ \Rightarrow c+۲=۲ \rightarrow c=۰\\ d+b+۱=۱-۱ \Rightarrow d+b+۱=۰ \rightarrow d+۰=-۱ \rightarrow d=-۱\end{cases}$	
۳	$A=\begin{bmatrix}۳ & ۰ & ۲۱\\ ۱ & ۱ & ۱\\ -۱ & ۱ & ۰\end{bmatrix} \Rightarrow A^{۲}=\begin{bmatrix}۳ & ۰ & ۲۱\\ ۱ & ۱ & ۱\\ -۱ & ۱ & ۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۳ & ۰ & ۲۱\\ ۱ & ۱ & ۱\\ -۱ & ۱ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱۲ & ۲۱ & ۶۳\\ ۳ & ۲ & ۲۲\\ -۲ & ۱ & -۲۰\end{bmatrix}$ $۲A^{۲}+A-۴I=\begin{bmatrix}-۲۴ & ۴۲ & ۱۲۶\\ ۶ & ۴ & ۴۴\\ -۴ & ۲ & -۴۰\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-۱۲ & ۲۱ & ۶۳\\ ۳ & ۲ & ۲۲\\ -۲ & ۱ & -۲۰\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۴ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۴ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۴۰ & ۶۳ & ۱۸۹\\ ۹ & ۲ & ۶۶\\ -۶ & ۳ & -۶۴\end{bmatrix}$	
۴	$A=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}$ $A^{۲}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۴ & ۱\end{bmatrix}$ $A^{۳}=A^{۲}\cdot A=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۴ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۶ & ۱\end{bmatrix}$ $A^{۴}=A^{۳}\cdot A=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۶ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۸ & ۱\end{bmatrix}$ $\Rightarrow A^{۷۰}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۱۴۰ & ۱\end{bmatrix}$	
۵	$A=\begin{bmatrix}۴ & ۵\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}$ $A^{-۱}=\frac{۱}{\lvert A\rvert}A^{*}=\frac{۱}{۸-۵}\begin{bmatrix}۲ & -۵\\ -۱ & ۴\end{bmatrix}=\frac{۱}{۳}\begin{bmatrix}۲ & -۵\\ -۱ & ۴\end{bmatrix}$ $A^{۲}=\begin{bmatrix}۴ & ۵\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴ & ۵\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲۱ & ۳۰\\ ۶ & ۹\end{bmatrix}$ $۹A^{-۱}-۲A^{۲}=\begin{bmatrix}۶ & -۱۵\\ -۳ & ۱۲\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۴۲ & ۶۰\\ ۱۲ & ۱۸\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۳۶ & -۷۵\\ -۱۵ & -۶\end{bmatrix}$	

۶

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & x & 2 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 5 \Rightarrow 1(2x-6)-1(2+2)-1(3+x)=5$$

$$2x-6-4-3-x=5$$

$$x-13=5$$

$$\boxed{x=18}$$

۷

$$|A|=-2 \Rightarrow |A^{-1}|=-\frac{1}{2}$$

$$\left|2A^2|4A|A^{-1}|\right| = \left|2A^2|4A\times\tfrac{-1}{2}|\right| = |2A^2|-2A|$$

$$= |8A^2|A|| = |8A^2(-2)^3|A|| = |-16A^2|A|| = (-16)^2|A^2|$$

$$= 256\times 4 = 2^8\times 2^2 = 2^{10}$$

$$\boxed{2^{10}}$$

۸

$$\begin{cases} 4x-y=5 \\ x+2y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow AX=C$$

$$A=\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}=\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$X=A^{-1}C=\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}=\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 11/9 \\ -1/9 \end{bmatrix} \Rightarrow x=11/9,\ y=-1/9$$

۹

$$\begin{cases} (m+1)x-2y=5 \\ 2x-2(m-3)y=1 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{m+1}{2}=\frac{-2}{-2(m-3)}\neq\frac{5}{1}$$

$$\Rightarrow (m+1)(m-3)=2$$

$$\Rightarrow m^2-2m-3=2 \rightarrow m^2-2m-5=0 \rightarrow m=\frac{2\pm\sqrt{4+20}}{2}=\boxed{1\pm\sqrt{6}}$$

۱۰

$$A^2-A=2I$$

$$A^2-A-6I=2I-6I$$

$$(A+2I)(A-3I)=I \Rightarrow (A+2I)^{-1}=A-3I$$

جمع بارم : ۲۰ نمره	نام و نام خانوادگی مصحح :	امضاء: