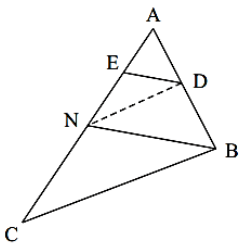
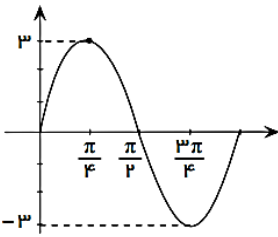


نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یازدهم تجربی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد حافظ
 آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۱۳۹۹-۱۴۰۰

نام درس: ریاضی ۲
 نام دبیر: روزبه سیگارودی
 تاریخ امتحان: ۱۷ / ۰۳ / ۱۴۰۰
 ساعت امتحان: ۰۸ : ۳۰ / صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

شماره سؤال	سؤالات	شماره	نمره به عدد:	نمره به حروف:
			نام دبیر:	تاریخ و امضا:
			نمره به عدد:	نمره به حروف:
			نام دبیر:	تاریخ و امضا:
			محل مهر و امضا: مدیر	
۱	اگر α و β جواب‌های معادله‌ی درجه دوم $4x^2 - 5x - 5 = 0$ باشند، معادله‌ای بنویسید که جواب‌های آن $\frac{1}{\alpha}$ و $\frac{1}{\beta}$ باشد.	۱		
۱/۵	 <p>در شکل زیر $DE \parallel BN$ و $DN \parallel BC$، $AE = 4$ و $EN = 6$ می‌باشد. اندازه‌ی AC را بدست آورید.</p>	۲		
۱	$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = (x+1)^3 - 4 \end{cases}$	۳		ضابطه‌ی وارون تابع زیر را بدست آورید.
۱	مقدار عبارت $\sin\left(\frac{-179\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{-179\pi}{6}\right)$ را بدست آورید.	۴		
۱	 <p>معادله‌ی توابع مثلثاتی را که منحنی‌های آن‌ها داده شده است، تعیین کنید.</p>	۵		
۱/۵	اگر نمودار تابع $f(x) = ab^x - 3$ از دو نقطه $A(2, 6)$ و $B(1, 0)$ بگذرد، مقدار $f(-1)$ را بیابید.	۶		
۱	معادلات نمایی زیر را حل کنید.	۷		
	الف $3^{3n-2} = \frac{1}{3 \cdot 2^2}$			
۱/۵	از معادله‌ی لگاریتمی $\log_3(2x^2 + 1) - \log_3(x + 2) = 1$ مقدار $\log_8(2x - 1)$ را بیابید.	۸		

ردیف	سؤالات	نمره
۱	<p>شکل زیر، نمودار تابع f است. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ را محاسبه کنید.</p>	۹
۲	<p>الف</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[x] + x }{x + 1}$ <p>ب</p> $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-3}{ [x] + [-x] }$	۱۰
۱/۵	<p>مقادیر a و b را طوری بدست آورید که تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2[x], & x > 1 \\ a + 3, & x = 1 \\ bx + 6, & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ پیوسته باشد.</p>	۱۱
۱/۵	<p>دو تاس با هم پرتاب شده‌اند. احتمال آنکه هر دو عدد رو شده زوج باشند، به شرطی که بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۸ است را بدست آورید.</p>	۱۲
۱/۵	<p>اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند و داشته باشیم $P(A') = \frac{2}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A B) = \frac{1}{6}$، مقدار $P(A \cup B)$ را بدست آورید.</p>	۱۳
۱/۵	<p>هشت داده آماری با میانگین ۱۵ و واریانس ۴ داریم. اگر دو داده ۱۲ و ۱۸ به آن‌ها افزوده شود، واریانس ۱۰ داده حاصل را بدست آورید.</p>	۱۴
۱/۵	<p>میانگین طول اضلاع مربع‌هایی ۱۵ واحد با ضریب تغییرات ۲/۰ محاسبه شده است. میانگین مساحت این مربع‌ها را بدست آورید.</p>	۱۵



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$\alpha \rightarrow \frac{1}{\alpha} \rightarrow X = \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{1}{X}$ $\beta \rightarrow \frac{1}{\beta}$ $\rightarrow 4\left(\frac{1}{X}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{X}\right) - 5 = 0 \rightarrow \frac{4}{X^2} - \frac{5}{X} - 5 = 0 \rightarrow 4 - 5X - 5X^2 = 0 \rightarrow \boxed{5x^2 + 5x - 4 = 0}$	
۲	$DE \parallel BN \xrightarrow{\text{ثبات}} \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AN} \quad (1)$ $DN \parallel BC \xrightarrow{\text{ثبات}} \frac{AD}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad (2)$ $(1), (2) \rightarrow \frac{AE}{AN} = \frac{AN}{AC} \rightarrow \frac{4}{10} = \frac{10}{AC} \rightarrow \boxed{AC = 25}$	
۳	$y = (x+1)^2 - 4 \rightarrow y+4 = (x+1)^2 \rightarrow \sqrt{y+4} = x+1 \rightarrow x = \sqrt{y+4} - 1$ $\rightarrow f^{-1}(y) = \sqrt{y+4} - 1 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+4} - 1 \rightarrow \begin{cases} f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f^{-1}(x) = \sqrt{x+4} - 1 \end{cases}$	
۴	$\sin\left(\frac{-179\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{-179\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{179\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{179\pi}{6}\right)$ $= -\sin\left(30\pi - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(30\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\left(-\sin\frac{\pi}{6}\right) + \cos\frac{\pi}{6} = \sin\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{6}$ $= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$	
۵	<p>طبق شکل دوره تناوب برابر $T = \pi$ است. با در نظر گرفتن شکل کلی تابع به صورت $y = a \sin bx$ داریم:</p> $T = \frac{2\pi}{ b } = \pi \rightarrow b = 2 \rightarrow b = \pm 2$ <p>با در نظر گرفتن $b = \pm 2$، طبق شکل $a = \pm 3$ خواهد بود.</p> $y = 3 \sin(2x) \quad (1)$ <p>در حالت کلی برای توابع به صورت $y = a \sin bx$، $ab > 0$ برای $a > 0$ و $ab < 0$ برای $a < 0$. اگر در این سؤال $b = -2$ را در نظر بگیریم، برای a نیز داریم: $a = -3$ بنابراین:</p> $(2) \quad y = -3 \sin(-2x) = 3 \sin(2x)$ <p>(۲) قابل قبول است.</p>	
۶	$\begin{cases} A(2, 6) \rightarrow f(2) = 6 \rightarrow ab^2 - 3 = 6 \rightarrow ab^2 = 9 \div \boxed{b=3}, \boxed{a=1} \\ B(1, 0) \rightarrow f(1) = 0 \rightarrow ab - 3 = 0 \rightarrow ab = 3 \end{cases}$ $\rightarrow \boxed{f(x) = 3^x - 3} \rightarrow f(-1) = 3^{-1} - 3 = \frac{1}{3} - 3 = \frac{1-27}{3} \rightarrow \boxed{f(-1) = \frac{-26}{3}}$	
۷	<p>الف</p> $2^{3n-2} = \frac{1}{3 \cdot 2^2} \rightarrow 2^{3n-2} = \frac{1}{(2^5)^2} \rightarrow 2^{3n-2} = \frac{1}{2^{10}}$ $\rightarrow 2^{3n-2} = 2^{-10} \rightarrow 3n - 2 = -10 \rightarrow 3n = -8 \rightarrow \boxed{n = -\frac{8}{3}}$	

$\log_r(rx^r + 1) - \log_r(x + r) = 1 \rightarrow \log_r \frac{rx^r + 1}{x + r} = \log_r r \rightarrow \frac{rx^r + 1}{x + r} = r$ $\rightarrow rx^r + 1 = rx + r \rightarrow rx^r - rx - r = 0 \rightarrow (x + 1)(rx - r) = 0 \begin{cases} x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \\ rx - r = 0 \rightarrow x = \frac{r}{r} \end{cases}$ $x = -1 \rightarrow \log_\lambda(rx - 1) = \log_\lambda(r(-1) - 1) = \log_\lambda(-r) \quad \text{غ}$ $x = \frac{r}{r} \rightarrow \log_\lambda(rx - 1) = \log_\lambda(r(\frac{r}{r}) - 1) = \log_\lambda r = \log_r r^r = \frac{r}{r} \log_r r \rightarrow \log_\lambda(rx - 1) = \frac{r}{r}$	۸
$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = r \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0 + r = r$	۹
<p>الف</p> $x \rightarrow 0^+ : x > 0 \rightarrow [x] = 0, x \rightarrow 0^- : x < 0 \rightarrow [x] = -1$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]+[x]}{x+1} = \frac{0+0}{0+1} = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]+[x]}{x+1} = \frac{-1+0}{0+1} = -1 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \rightarrow \text{حد ندارد.}$ <p>ب</p> $x \rightarrow 0^- : x < 0 \rightarrow [x] = -1$ $x \rightarrow 0^- : x < 0 \xrightarrow{x-1} -x > 0 \rightarrow [-x] = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-r}{ [x] + [-x] } = \frac{-r}{ -1 + 0 } = -r$	۱۰
$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^r + r[x] = (1)^r + r[1^+] = 1 + r(1) = r$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} bx + r = b(1) + r = b + r, f(1) = a + r$ $\rightarrow \begin{cases} a + r = r \rightarrow a = 0 \\ b + r = a + r \rightarrow b + r = r \rightarrow b = -r \end{cases}$	۱۱
<p>پیشامد هر دو عدد زوج $A = \{(r, r)(r, r)(r, r)(r, r)(r, r)(r, r)(r, r)(r, r)(r, r)(r, r)\}$</p> <p>پیشامد مجموع اعداد رو شده برابر ۸ $B = \{(r, r)(r, r)(r, r)(r, r)(r, r)(r, r)(r, r)(r, r)\}$</p> <p>$A \cap B = \{(r, r)(r, r)(r, r)\}$</p> $P(A B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{r}{r} \rightarrow P(A B) = \frac{r}{r}$	۱۲
$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{r}{r} \rightarrow P(A) = \frac{1}{r}$ $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow P(A \cap B) = P(A B) \cdot P(B) = \frac{1}{r} \times \frac{1}{r} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{r^2}$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} - \frac{1}{r^2} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{1+r}{r^2}$	۱۳
$\frac{x_1 + x_r + \dots + x_\lambda}{\lambda} = 15 \rightarrow x_1 + x_r + \dots + x_\lambda = 15\lambda$ $r = \frac{(x_1 - 15)^r + (x_r - 15)^r + \dots + (x_\lambda - 15)^r}{\lambda}$ $\rightarrow (x_1 - 15)^r + (x_r - 15)^r + \dots + (x_\lambda - 15)^r = r\lambda$ <p style="text-align: right;">اگر دو داده جدید ۱۲ و ۱۸ را اضافه کنیم داریم:</p>	۱۴

$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n + 12 + 18}{n + 2} = \frac{120 + 30}{10} \rightarrow \boxed{\bar{X} = 15}$ $\sigma^2 = \frac{(x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_n - 15)^2 + (12 - 15)^2 + (18 - 15)^2}{10} = \frac{32 + 9 + 9}{10}$ $\rightarrow \sigma^2 = \frac{50}{10} \rightarrow \boxed{\sigma^2 = 5}$	
<p style="text-align: right;">اگر طول ضلع مربع‌ها را x_1, x_2, \dots, x_N در نظر بگیریم:</p> $\bar{X} = 15, \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} \rightarrow \sigma^2 = \frac{\sigma}{15} \rightarrow \boxed{\sigma = 3}$ <p style="text-align: right;">مساحت مربع‌ها را می‌توانیم بصورت $x_1^2, x_2^2, \dots, x_N^2$ بنویسیم و داریم:</p> $\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - \bar{X}^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - 15^2$ $\rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} = 9 + 225 \rightarrow \boxed{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} = 234}$	۱۵
امضاء:	جمع بارم : ۲۰ نمره
نام و نام خانوادگی مصحح : روزبه سیگارودی	