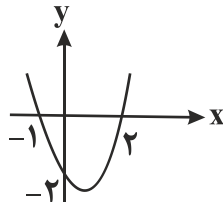
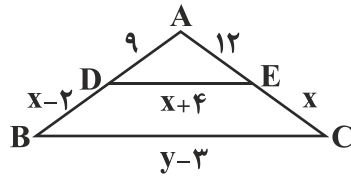
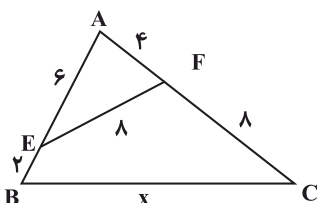
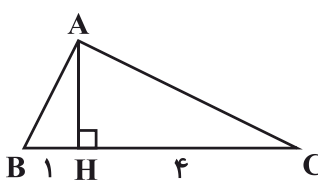


۵	خط $4x + 3y + 1 = 0$ بر دایره C به مرکز $O(3, -1)$ مماس است. شعاع دایره را بیابید.	۰/۷۵
۶	یکی از ریشه‌های معادله $4x^2 - 4x + a = 0$ از ریشه دیگر ۲ واحد کمتر است. مقدار a را بدست آورید.	۱
۷	معادله سهمی زیر را بدست آورید.	۰/۷۵
		
۸	معادلات زیر را حل کنید.	۲
الف) $\frac{2x}{x^2 - 1} + \frac{2}{x + 1} = \frac{2 - x}{x^2 - x}$ ب) $\sqrt{1 + x} + 5 = x$		
۹	الف) در شکل زیر DE موازی BC است. مقادیر x و y را بدست آورید.	۱/۷۵
		
ب) حکم کلی زیر را با یک مثال نقض رد کنید. «همه اعداد اول، فردند.»		
۱۰	الف) ثابت کنید دو مثلث ABC و AEF متشابه‌اند.	۱/۷۵
		
ب) مقدار x را بیابید. پ) نسبت مساحت مثلث AEF به ABC چقدر است؟		
۱۱	در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، AH ارتفاع وارد بر وتر است. اندازه AH و AB را بیابید.	۱
		
۱۲	الف) اگر $f = \{(a, 2), (4, 3), (a + b, 3), (5, 2)\}$ تابع یک به یک باشد، مقادیر a و b را بدست آورید.	۱/۲۵
ب) ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$ را بیابید.		
۱۳	نمودار توابع زیر را رسم کنید.	۱/۷۵
الف) $y = \sqrt{x + 2} - 1$ (به کمک انتقال) ب) $y = [x + 1]$ در بازه $[-1, 2]$		
۱۴	اگر $f = \{(1, 0), (-2, 1), (4, -1)\}$ و $g = \{(1, 2), (3, 4), (-2, 5)\}$ باشد:	۱
الف) تابع f^{-1} را بدست آورید. ب) تابع $3f - g$ را بیابید.		
۱۵	اگر $f(x) = \frac{x - 2}{x + 2}$ و $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ باشند:	۱/۵
الف) دامنه $\frac{g}{f}$ را بدست آورید. ب) مقدار $(\frac{2f}{g})(0)$ را محاسبه کنید.		



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
کلید سؤالات پایان نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴



www.saravedanesh.com

021-2936

نام درس: ریاضی (۲)

نام دبیر: ...

تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶

ساعت امتحان: ۷:۳۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

محل مهر یا امضا، مدیر

راهنمای تصحیح

ردیف

۱ الف) نادرت (۰,۲۵) ب) درت (۰,۲۵) ج) درت (۰,۲۵) د) نادرت (۰,۲۵)

۲ الف) نیاز زاویه (۰,۲۵) ب) ۴,۲ (۰,۵) ج) $-۸+۳=-۵$ (۰,۵) د) خط $y=x$ (نیاز به ج اول و دوم) (۰,۲۵)

۳ الف) گزینه ۳ (۰,۲۵) ب) گزینه ۲ (۰,۲۵) ج) گزینه ۱ (۰,۵) د) گزینه ۴ (۰,۲۵)
تفصیل: $\frac{a}{a+4} = \frac{b}{b+5} \xrightarrow{\text{در فرج}} \frac{a}{4} = \frac{b}{5} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{5}$
توضیح: دایره به مرکز A شعاع ۲ با دو خط موازی در طرف d نامیده ۱

۴ الف) $x_m = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{2}{2} = 1$ (۰,۵) م (۱,۵) $AM = \sqrt{(x_m - x_A)^2 + (y_m - y_A)^2}$
 $y_m = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{10}{2} = 5$ $AM = \sqrt{(1+3)^2 + (5-2)^2} = 5$ (۰,۲۵)

ب) $m_{BC} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} \Rightarrow m_{BC} = \frac{-2}{2} = -1 \Rightarrow m = 1$ (۰,۲۵) $y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 5 = 1(x - 1) \Rightarrow y = x + 4$ (۰,۲۵)

۵ $d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow r = \frac{|4(2) + 3(-1) + 1|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{10}{5} = 2$ (۰,۲۵)

۶ $\beta = \alpha - 2$ (۰,۲۵) $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \Rightarrow \alpha + \alpha - 2 = 1 \Rightarrow 2\alpha = 3 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2}$ (۰,۲۵)
 $\beta = -\frac{1}{2}$ (۰,۲۵) $P = \alpha \times \beta = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{3}{2} \times (-\frac{1}{2}) = \frac{a}{4} \Rightarrow -\frac{3}{4} = \frac{a}{4} \Rightarrow a = -3$ (۰,۲۵)
ردیف دیگر: به از به درت آوردن α ، آن را در معادله جایگذاری کرده تا β به دست آید.

۰, ۷۵

$$y = a(x+1)(x-2) \xrightarrow{(0,-2)} -2 = a(1)(-2) \Rightarrow -2a = -2$$

$$\Rightarrow a = 1 \quad (۰,۲۵) \quad y = (x+1)(x-2) = x^2 - x - 2 \quad (۰,۲۵)$$

۷

الف) $\left(\frac{2x}{(x-1)(x+1)} + \frac{2}{x+1} = \frac{2-x}{x(x-1)} \right) \quad (۰,۲۵) \quad D = R - \{-1, 0, 1\}$

$$2x^2 + 2x^2 - 2x = 2x + 2 - x^2 - x \Rightarrow 5x^2 - 2x - 2 = 0 \quad (۰,۲۵)$$

ب) $(\sqrt{1+x})^2 = (x-5)^2 \Rightarrow 1+x = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0 \quad (۰,۲۵)$

$$\Rightarrow (x-8)(x-3) = 0 \quad \checkmark \quad \begin{matrix} x=8 \\ x=3 \end{matrix} \quad (۰,۲۵)$$

۸

۱, ۷۵

الف) $DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تعیین کسری}} \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{9}{x+7} = \frac{12}{12+x} = \frac{x+4}{y-3} \quad (۰,۲۵)$

$$\frac{9}{x+7} = \frac{12}{12+x} \Rightarrow 9x + 28 = 36 + 3x \Rightarrow x = 8 \quad (۰,۲۵)$$

$$\frac{9}{18} = \frac{12}{y-3} \Rightarrow y-3 = 24 \Rightarrow y = 27 \quad (۰,۲۵)$$

۹

۱, ۷۵

الف) $\hat{A} = \hat{A} \quad (۰,۲۵) \quad \left\{ \begin{array}{l} \triangle AEF \sim \triangle ABC \\ \text{نسبت دو ضلع و زاویه بین} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 2 \quad (۰,۲۵)$

ب) $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4} \quad (۰,۲۵)$

۱۰

۱

$$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow AH^2 = 4 \Rightarrow AH = 2 \quad (۰,۲۵)$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = 1 \times 5 \Rightarrow AB = \sqrt{5} \quad (۰,۲۵)$$

۱۱

۱, ۲۵

الف) $a = 5 \quad (۰,۲۵) \quad a + b = 4 \Rightarrow 5 + b = 4 \Rightarrow b = -1 \quad (۰,۲۵)$

ب) $y = \frac{2}{3}x + 1 \Rightarrow 3y = 2x + 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}y - \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} \quad (۰,۲۵)$

۱۲

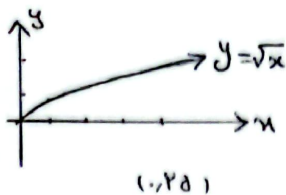
امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح:

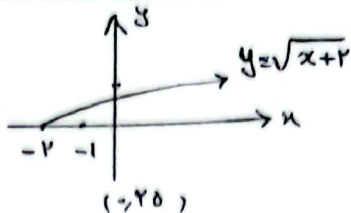
جمع بارم: ۲۰ نمره

۱,۷۵

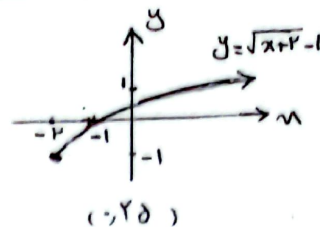
الف)



(۱,۲۵)



(۲,۲۵)



(۲,۲۵)

۱۳

ب) $y = [x] + 1$ $[-1, 2]$

$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = 0$

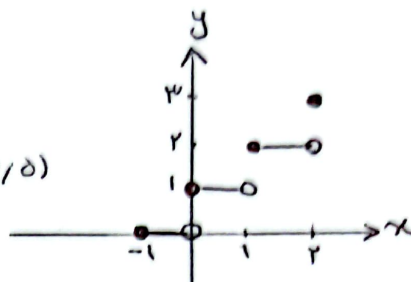
$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 1$

$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 2$

$x = 2 \rightarrow [x] = 2 \rightarrow y = 3$

(۲,۲۵) (۲,۲۵)

(۵,۵)



۱۴

الف) $F^{-1} = \{(0, 1), (1, -2), (-1, 4)\}$ (۲,۲۵)

ب) $D_{F \circ g} = D_F \cap D_g = \{1, -2\}$ (۲,۲۵)

$F \circ g = \{(1, -2) \text{ و } (-2, -2)\}$ (۲,۲۵)

۱۵

الف) $D_F = \mathbb{R} - \{-2\}$ (۲,۲۵) $D_g = [-2, 2]$ (۲,۲۵)

$D_{\frac{g}{F}} = D_F \cap D_g - \{x \mid F(x) = 0\} \Rightarrow D_{\frac{g}{F}} = [-2, 2] - \{-2\} - \{2\}$ (۲,۲۵)

$\Rightarrow D_{\frac{g}{F}} = (-2, 2)$ (۲,۲۵)

ب) $\frac{F(g(0))}{g(0)} = \frac{F(-1)}{-1} = -1$ (۲,۲۵)

۱,۵

Amir

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح: حامد عراقی

جمع بارم: ۲۰ نمره