

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته:
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
 آزمون میان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲

نام درس:
 نام دبیر:
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۸/.....
 ساعت امتحان: صبح/ عصر
 مدت امتحان: دقیقه

محل مهر و امضا، مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:

- ۱) باقی مانده تقسیم $(38^{36} + 19)$ را بر ۴ به دست آورید.
- ۲) رقم یکان عدد $(2^{11} + 7)$ را به دست آورید.
- ۳) باقی مانده تقسیم 13^{22} را بر ۱۷ به دست آورید.
- ۴) معادله هم نهشتی $20 \equiv 8x^{12}$ را حل کرده و جواب عمومی آن را به دست آورید.
- ۵) اگر دو عدد $(3a - 5)$ و $(4a - 7)$ رقم یکان برابر داشته باشند رقم یکان عدد $(9a + 6)$ را به دست آورید.
- ۶) اگر $a \equiv b \pmod{m}$ ثابت کنید $a \equiv b \pmod{n}$.
- ۷) صورت کلی جواب های معادله هم نهشتی $73x^{23} \equiv 1$ را بیابید.
- ۸) اگر در یک سال، شنبه روز اول مهر باشد. در این صورت با استفاده از هم نهشتی تعیین کنید ۱۲ بهمن، در همان سال چه روزی از هفته است؟
- ۹) اگر باقیمانده تقسیم m و n بر ۱۳ به ترتیب اعداد ۲ و ۹ باشد در این صورت باقیمانده تقسیم عدد $3m - 5n$ بر ۱۳ را به دست آورید.
- ۱۰) عدد 1398 به کدام دسته هم نهشتی به پیمانه ۹ تعلق دارد؟

- 1

$$\begin{cases} ax + by = r \\ cx + dy = -1 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ r & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix} \rightarrow x + y = 1 + r = r$$

- 2

$$A = [i^r - j]_{r \times r} = \begin{bmatrix} 1^r - 1 & 1^r - r \\ r^r - 1 & r^r - r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ r & r \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} r & 1 \\ -r & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{r} \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

- 3

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & x \end{bmatrix} \rightarrow B^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} x & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^r = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -x \\ x & x^r - 1 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = B^r \rightarrow \begin{bmatrix} x & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -x \\ x & x^r - 1 \end{bmatrix} \rightarrow x = -1$$

4 - خير، زیرا دترمینان ماتریس ضرایب صفر است؛ بنابراین محاسبه وارون امکان ندارد.

$$|A| = \begin{vmatrix} r & -1 \\ -r & r \end{vmatrix} = r - r = 0$$

درواقع معادلات این دستگاه، معادله 2 خط موازی را نشان می دهد که می دانیم دو خط موازی نقطه برخوردی (جوابی) ندارند.

$$\begin{cases} rx - y = r \\ -rx + ry = r \end{cases} \quad \frac{r}{-r} = \frac{-1}{r} \neq \frac{r}{r}$$

- 5

$$|rA^{-1}| + |rA| = r^r |A^{-1}| + r^r |A| = r \left(\frac{1}{|A|} \right) + r |A| = \frac{r}{r} + r r = \frac{r^2}{r}$$

- 6

$$|A| = \begin{vmatrix} |A| & r \\ 1 & r|A| \end{vmatrix} \rightarrow |A| = r|A|^r - r$$

$$\rightarrow r|A|^r - |A| - r = 0 \rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = -\frac{r}{r} \end{cases}$$