

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

021-2936

مدت امتحان : ۹۰ دقیقه

نمره به عدد:		نمره به حروف:		نمره به عدد:		نمره به حروف:	
نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:	
محل مهر و امضاء مدیر							
ردیف	سؤالات						ردیف
۱	جاهای خالی را با کلمات مناسب کامل کنید. (الف) جمله ی خبری که در حال حاضر یا آینده دارای ارزش درست یا نادرست باشد گویند. (ب) در گزاره ی مرکب $p \Rightarrow q$ ، q شرط برای p است. (ج) تعداد اعضای فضای نمونه حاصل از پرتاب یک سکه و یک تاس برابر است. (د) هرگاه حداقل دوپیشامد ساده از فضای نمونه ای S احتمال نابرابر داشته باشند، S را فضای نمونه ای با احتمال می گوئیم.						۱
۲	کدامیک از گزاره های زیر درست و کدامیک نادرست است؟ (الف) ارزش یک گزاره هم می تواند درست باشد و هم نادرست. (ب) جمله ی ((شاگرد اول کلاس کیست؟)) یک گزاره محسوب می شود . (ج) گزاره نماها برحسب تعداد متغییر بکاررفته در آنها نامگذاری می شوند . (د) احتمال وقوع هر پیشامدی مانند A عددی حقیقی در بازه ی $[0,1]$ است.						۱
۳	گزاره های زیر را بااستفاده از سورها بصورت نماد ریاضی بنویسید. (الف) یک عدد طبیعی X وجوددارد بطوریکه X فرداست و X بزرگتر از عدد ۳ است. (ب) مربع هر عدد حقیقی Z نامنفی است.						۱,۵
۴	اگر $A = \{1,2,3\}$ و $B = \{0, 1\}$ باشد. تعداد عضوهای $A \times B$ را مشخص کرده و $B \times A$ را روی نمودار نشان دهید.						۱,۵
۵	اگر $P(A - B) = \frac{1}{4}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ ، مقدار $P(A')$ را بدست آورید.						۱,۵
۶	اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه ای یک تجربه تصادفی باشد بطوریکه: $P(\{a, c\}) = P(\{a, b\})$ و $P(\{a, c\}) = 2P(\{b, d\})$ احتمال وقوع $\{d\}$ را بدست آورید.						۲
۷	فرض کنید A و B دو مجموعه با مرجع U می باشند و $A \subseteq B$. ثابت کنید : $B' \subseteq A'$						۱,۵
۸	با استفاده از جدول ارزش نشان دهید که: $(p \vee \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv p \vee \sim q$						۲
صفحه ی ۱ از ۲							

۹	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید:	۱																				
۱۰	اگر $P(A \cup B) = \frac{6}{8}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ و $P(A') = \frac{3}{8}$ باشد $P(B)$ را تعیین کنید.	۱																				
۱۱	در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده هر عدد فرد، چهار برابر احتمال مشاهده هر عدد زوج است. اگر این تاس را پرتاب کنیم، احتمال اینکه عدد مشاهده شده بزرگتر مساوی ۴ باشد را تعیین کنید.	۲																				
۱۲	مجموعه متناهی A را در نظر بگیرید، اگر ۲ عضو به اعضای A اضافه کنیم تعداد زیرمجموعه های آن ۴۸ واحد اضافه می شود، مشخص کنید A چند عضوی است؟	۱																				
۱۳	جدول ارزش $(p \vee q) \Leftrightarrow q$ را رسم کنید.	۲																				
<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \vee q$</th><th>$(p \vee q) \Leftrightarrow q$</th></tr><tr><td>د</td><td>.....</td><td>.....</td><td>د</td></tr><tr><td>.....</td><td>ن</td><td>د</td><td>.....</td></tr><tr><td>ن</td><td>د</td><td>.....</td><td>ن</td></tr><tr><td>.....</td><td>.....</td><td>ن</td><td>.....</td></tr></table>			p	q	$p \vee q$	$(p \vee q) \Leftrightarrow q$	د			د		ن	د		ن	د		ن			ن	
p	q	$p \vee q$	$(p \vee q) \Leftrightarrow q$																			
د			د																			
.....	ن	د																				
ن	د		ن																			
.....		ن																				
۱۴	در نمودارهای مقابل مجموعه های خواسته شده را سایه بزنید . الف) $(A \cup B) - C$ ب) $A - (B \cup C)$	۱																				
صفحه ی ۲ از ۲																						

نام درس: آمار و احتمال

نام دبیر: آقای امدادی

تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۴

ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح/عصر

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

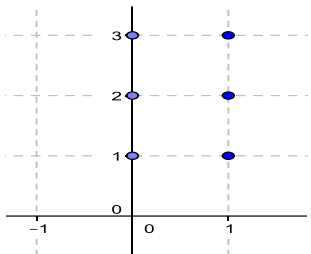
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران

دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحدحافظ

کلید سؤالات نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

021-2936



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر																														
۱	الف) گزاره (۰/۲۵) ب) لازم (۰/۲۵) ج) ۱۲ (0/25) د) غیر هم شانس (۰/۲۵)																															
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) ج) درست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵)																															
۳	الف) $\exists x \in N (x > 3, x \text{ است})$ (0/75) ب) $\forall z \in R, z^2 \geq 0$ (0/75)																															
۴	$n(A \times B) = 3 \times 2 = 6$ 																															
۵	$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{1}{4} = P(A) - \frac{1}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{7}{12}$ $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{12} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{12}$																															
۶	$P(\{a, c\}) = P(\{a, b\}) \Rightarrow P(\{c\}) = P(\{d\}) = \frac{1}{6}$ (0/25) $P(\{a, c\}) = 2P(\{b, d\}) \Rightarrow P(\{a\}) + P(\{c\}) = 2[P(\{b\}) + P(\{d\})]$ (0/25) $P(\{a\}) + \frac{1}{6} = 2\left(\frac{1}{6} + P(\{d\})\right) \Rightarrow P(\{a\}) - 2P(\{d\}) = \frac{1}{6}$ (0/5) ✖ $P(\{a\}) + P(\{b\}) + P(\{c\}) + P(\{d\}) = 1 \Rightarrow P(\{a\}) + P(\{d\}) = \frac{4}{6}$ ✖✖(0/5) با تشکیل دو معادله ی دو مجهولی ✖ و ✖✖ و حل آن نتیجه می گیریم که $P(\{d\}) = \frac{1}{6}$ (۰/۵)																															
۷	$(x \in B' \Rightarrow x \notin B \xrightarrow{A \subseteq B} x \notin A \Rightarrow x \in A')$ $\exists x; (x \in B' \Rightarrow x \in A') \Rightarrow B' \subseteq A'$																															
۸	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$\sim q$</th><th>$p \wedge q$</th><th>$p \vee \sim q$</th><th>$(p \wedge q) \vee (p \vee \sim q)$</th></tr><tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr><tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td></tr><tr><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr><tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td></tr></table>	p	q	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee \sim q$	$(p \wedge q) \vee (p \vee \sim q)$	د	د	ن	د	د	د	د	ن	د	ن	د	د	ن	د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	د	ن	د	د	
p	q	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee \sim q$	$(p \wedge q) \vee (p \vee \sim q)$																											
د	د	ن	د	د	د																											
د	ن	د	ن	د	د																											
ن	د	ن	ن	ن	ن																											
ن	ن	د	ن	د	د																											
۹	$(A - B) \cup (A \cup B)' = (A \cap B') \cup (A' \cap B') = B' \cap (A \cup A') = B' \cap U = B'$																															
۱۰	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow \frac{6}{8} = \left(1 - \frac{3}{8}\right) + P(B) - \frac{1}{3} \rightarrow P(B) = \frac{11}{24}$																															
۱۱	$P(2) = P(4) = P(6) = x$ (0/۲۵) , $P(1) = P(3) = P(5) = 4x$ (0/۲۵) $P(S) = 1$ (0/۲۵) $\Rightarrow 3(x) + 3(4x) = 1$ (0/۲۵) $\Rightarrow 3x + 12x = 1 \Rightarrow 15x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{15}$ (0/۲۵) $P(\{4,5,6\})$ (0/۲۵) $= \frac{1}{15} + \frac{4}{15} + \frac{1}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ (0/۲۵)																															

۱۲

حل: فرض کنیم n عضو داشته باشد، پس دارای 2^n زیرمجموعه است؛ اگر ۲ عضو به اعضای A اضافه شود، در این صورت تعداد زیرمجموعه های A ، ۴۸ واحد افزایش می یابد؛ یعنی در این حالت، تعداد زیرمجموعه های این مجموعه برابر با $2^n + 48$ است. از طرفی وقتی ۲ عضو به اعضای A اضافه می شود، تعداد زیرمجموعه های مجموعه جدید، برابر است با 2^{n+2} است. بنابراین داریم:

$$2^n + 48 = 2^{n+2} = 2^n \times 2^2$$

$$\Rightarrow 2^n + 48 = 4 \times 2^n \Rightarrow 4 \times 2^n - 2^n = 48$$

$$\Rightarrow 3 \times 2^n = 48 \Rightarrow 2^n = 16 = 2^4 \Rightarrow n = 4$$

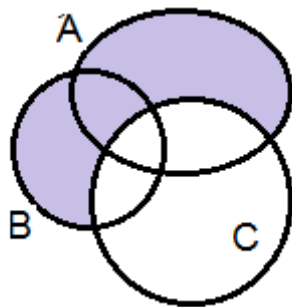
در نتیجه مجموعه A ، چهار عضوی است.

۱۳

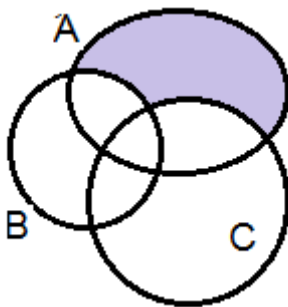
p	q	$p \vee q$	$(p \vee q) \Leftrightarrow q$
د	د	د	د
د	ن	د	ن
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن

۱۴

الف:



ب:



امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: ۲۰ نمره