

نام درس: هندسه دوازدهم

تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۰۶

ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح/عصر

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران

دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت

آزمون پایان نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام و نام خانوادگی: .....

مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی

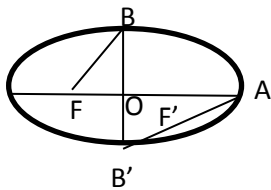
نام پدر: .....

شماره داوطلب: .....

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
نام	سؤالات	نمره
۱	موارد زیر را تعریف کنید. الف) ماتریس اسکالر: ب) بیضی:	۱
۱	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) در حالت کلی ضرب ماتریس ها خاصیت جابه جایی ..... ب) خروج از مرکز دایره برابر ..... است.	۲
۱/۵	ماتریس $A = [a_{ij}]$ از مرتبه $4 \times 2$ با ضابطه $a_{ij} = \begin{cases} i^2 + j & i > j \\ i - 2j & i = j \\ i^2 - j & i < j \end{cases}$ تعریف شده است. ماتریس را با اعضا مشخص کنید.	۳
۱/۵	ماتریس های $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ y & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x & a \\ 2 & b \end{bmatrix}$ مفروضند اگر ماتریس های $A + I$ و $I - B$ با هم برابر باشند مقادیر $x, y, a, b$ را بیابید.	۴
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ حاصل $A^2 - 2A$ را بدست آورید.	۵
۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد ماتریس $A^{100}$ را حساب کنید.	۶
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ باشد حاصل عبارت $8A^{-1} - A^2$ را تعیین کنید.	۷
۱/۵	دستگاه دو معادله دو مجهول $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید.	۸
۱/۵	دستگاه $\begin{cases} (m - 2)x + y = 7 \\ 4x + (m + 1)y = 12 \end{cases}$ جواب ندارد. $m$ را بیابید.	۹
صفحه ی ۱ از ۲		

۱	معادله دترمینانی $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ x & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 & x \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ را حل کنید.	۱۰
۱	نقاط ثابت $A, B$ در صفحه مفروضند و نقطه متغیر $M$ به نوعی است که $\frac{10MA-12}{2MA-3MB} = 2$ ، مکان هندسی نقطه $M$ را مشخص کنید.	۱۱
۱	معادله دایره ای را بنویسید که مرکزش $O(1,-2)$ بوده و بر خط $3x-2y+1=0$ مماس باشد.	۱۲
۱	معادله دایره ای به مرکز $O(2,3)$ که از خط $4x-3y+2=0$ و تری به طول ۶ جدا می کند را بدست آورید.	۱۳
۱/۵	مشخص کنید دایره های $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ و $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$ نسبت به هم چگونه اند.	۱۴
۱	در یک بیضی طول بزرگترین قطر ۴ برابر طول کوچکترین قطر است خروج از مرکز بیضی را بیابید.	۱۵
۱/۵	در بیضی شکل زیر، خروج از مرکز $\frac{1}{5}$ است، نسبت مساحت مثلث $BOF$ به مساحت مثلث $AOB'$ را بیابید.	۱۶



صفحه ۲ از ۲


جمع بارم : ۲۰ نمره



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت  
**کلید** سؤالات پایان نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: هندسه دوازدهم ریاضی  
تاریخ امتحان: ۰۶ / ۱۰ / ۱۴۰۰  
ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح / عصر  
مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضا، مدیر
۱	الف - ماتریس اسکالر ماتریسی است قطری که همه اعضا بر روی قطر آن یک هم برابرند ب - یعنی کمال عددی نه لجه از سمت راست که مجموع فراموشی از دو نقطه به نام کارن صوری ثابت است.	
۲	الف) سطر ب) سطر	
۳	$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 5 & -2 \\ 10 & 11 \\ 17 & 18 \end{bmatrix}$	$A_{\Sigma 12} \rightarrow \begin{aligned} a_{11} &= 1^2 - 2 = 1 - 2 = -1 & a_{12} &= 1^2 - 2 = 1 - 2 = -1 \\ a_{21} &= 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2 & a_{22} &= 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \\ a_{31} &= 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7 & a_{32} &= 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7 \\ a_{41} &= 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14 & a_{42} &= 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14 \end{aligned}$
۴	$\Rightarrow \begin{cases} 1 - a = 4 \Rightarrow a = -3 \\ -a = 1 \Rightarrow a = -1 \\ b = -2 \\ 1 - b = 2 \Rightarrow b = -1 \end{cases}$	$A \rightarrow I - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ $I - B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a & a \\ 2 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-a & -a \\ -2 & 1-b \end{bmatrix}$
۵	$A^T - 2A = \begin{bmatrix} 7 & 7 & 5 \\ 2 & 5 & 7 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & 7 \end{bmatrix}$	$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 7 & 5 \\ 2 & 5 & 7 \end{bmatrix}$
۶	$\Rightarrow A^{100} = \begin{bmatrix} 1 & -2.0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $A^3 = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
۷	$\Rightarrow \lambda A^{-1} - A^2 = \lambda I - \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & -2 \\ -2 & -11 \end{bmatrix}$	$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ $A^{-1} = \frac{1}{1-7} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ $A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$

$\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases} \rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ $X = A^{-1}C = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases}$	8
$\frac{m-2}{f} = \frac{1}{m+1} \neq \frac{v}{12} \Rightarrow (m-2)(m+1) = f \rightarrow m^2 - 2m + m - 2 = f$ $m^2 - m - 2 = f \rightarrow (m-2)(m+1) = f$ $m = 2, m = -1$	9
$(3-2x) - [1(3-2) - 1(2-1) + x(2-2)] = 0$ $3-2x - (1-1+x) = 0$ $3-2x-x = 0 \rightarrow 3-3x = 0 \Rightarrow x = 1$	10
$\frac{1 \cdot AM - 12}{2AM - 2BM} = 2 \Rightarrow 1 \cdot AM - 12 = 2AM - 4BM \rightarrow 4AM + 4BM = 12 \rightarrow AM + BM = 3$ <p>بنی مکان هندسی نقطه M، یک بیضی است که A و B کارهای آن هستند</p>	11
$O \left  \begin{matrix} x \\ y \\ 1 \end{matrix} \right. \begin{matrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \end{matrix} \right. \begin{matrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \end{matrix} \Rightarrow (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2$ $3x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = \frac{72}{13}$ $OH = R = \frac{ 3\alpha - 2\beta + 1 }{\sqrt{9+4}} = \frac{1}{\sqrt{13}}$	12
 $OH = \frac{ 3\alpha - 2\beta + 1 }{\sqrt{13+9}} = \frac{1}{10}$ $R^2 = 9 + \frac{1}{10} = \frac{2(49)}{10}$ $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2$ $(x-2)^2 + (y-3)^2 = \frac{229}{10}$	13
$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0 \rightarrow O \left  \begin{matrix} x \\ y \\ 1 \end{matrix} \right. \begin{matrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{matrix} \right. \begin{matrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{matrix} \Rightarrow R = \sqrt{2+1} = 2$ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25 \rightarrow O' \left  \begin{matrix} x \\ y \\ 1 \end{matrix} \right. \begin{matrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{matrix} \right. \begin{matrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{matrix} \Rightarrow R' = 5$ $d = OO' = \sqrt{1+2} = \sqrt{3} < R < R' \Rightarrow R + R' > d >  R - R' $	14
$2a = f - 2b \rightarrow a = \frac{f-b}{2} \rightarrow b = \frac{a}{2}$ $a^2 - c^2 = b^2 \rightarrow a^2 - c^2 = \frac{a^2}{4} \rightarrow \frac{3a^2}{4} = c^2 \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	15
$\frac{S_{AOF}}{S_{AOF'}} = \frac{\frac{1}{2} b \cdot c}{\frac{1}{2} b \cdot a} = \frac{c}{a} = \frac{1}{5}$	16
<p>اعضای:</p>	<p>نام و نام خانوادگی مصحح:</p> <p>جمع بارم: ۲۰ شماره</p>