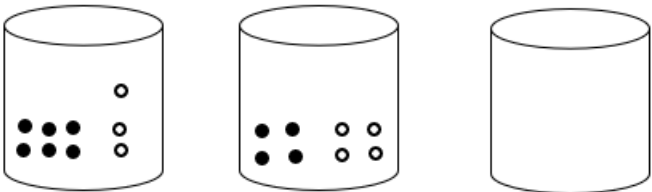


نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت  
 آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

نام درس: آمار و احتمال-سری اول  
 نام دبیر: مرجان یغمایی  
 تاریخ امتحان: ۱۹ / ۰۳ / ۱۴۰۰  
 ساعت امتحان: ۰۰: ۱۰: صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
نام	سؤالات	نمره
۱	عبارت روبرو را ساده کنید. $(\bar{A} \cap B) \cup [(B \cap A) - \bar{B}] \cap (B \cup A) =$	۱
۱	اگر ارزش گزاره $(\sim p \vee r) \wedge p$ درست باشد، ارزش گزاره $r$ را بررسی نمایید.	۲
۱	اگر $A_n = [-n^2 - 1, n - 1]$ و $n \in \mathbb{N}$ ، باشد، مجموعه $U_{n=1}^3 A_n - \cap_{n=1}^3 A_n$ را مشخص کنید.	۳
۱	اگر $A = \{4, 2x - y, 3\}$ و $B = \{3, 2^{2x+3y}, -14\}$ دو مجموعه باشند و $A = B$ مقدار $x + y$ را محاسبه نمایید.	۴
۱	مجموعه $\{a, b, c, d, e, f\}$ چند زیر مجموعه شامل عضو $a, e$ و فاقد عضو $c$ دارد؟	۵
۲	از مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 250\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم: (آ) احتمال این که عدد انتخابی بر 3 یا 6 بخش پذیر باشد، چقدر است؟ (ب) احتمال این که عدد انتخابی نه بر 3 و نه بر 6 بخش پذیر باشد، چقدر است؟	۶
۱	سکه ای که احتمال آمدن رو در آن سه برابر احتمال آمدن پشت است را دوبار پرتاب می کنیم. اگر $A$ پیشامد حداقل یک رو و $B$ پیشامد آمدن رو در پرتاب اول باشد، آیا $A$ و $B$ مستقل اند؟ چرا؟	۷
۲	سه ظرف یکسان مطابق شکل زیر قرار گرفته است (ظرف سوم خالی است). از ظرف اول دو مهره و از ظرف دوم سه مهره به تصادف خارج و در ظرف سوم می ریزیم، سپس از ظرف سوم یک مهره خارج می کنیم. احتمال آن که مهره سفید باشد، چقدر است؟ اگر مهره خارج شده سفید باشد، احتمال آن که از ظرف اول باشد، چقدر است؟	۸
	 <p>ظرف اول      ظرف دوم      ظرف سوم</p>	

۲	<p>۹ یک بازیکن فوتبال در ابتدای بازی روحیه خوبی دارد، اگر او ضربه پنالتی را گل نکند روحیه او بد خواهد شد و اگر پنالتی را گل کند روحیه او خوب خواهد شد. این بازیکن زمانی که روحیه خوبی داشته باشد به احتمال ۸۰٪ ضربه پنالتی را گل خواهد کرد و اگر روحیه خوبی نداشته باشد به احتمال ۴۰٪ ضربه را گل خواهد کرد. در یک بازی سه پنالتی نصیب او می‌شود، احتمال این را بیابید که فقط پنالتی آخر را گل کند.</p>										
۱/۵	<p>۱۰ اگر میانگین داده‌ها در جدول زیر برابر با <math>\frac{8}{5}</math> باشد، مقدار <math>x</math> را به دست آورید.</p> <table border="1" data-bbox="209 443 1422 600"> <tr> <td data-bbox="209 443 453 544">مرکز دسته</td> <td data-bbox="453 443 697 544"><math>\frac{1}{2}x - 4</math></td> <td data-bbox="697 443 940 544"><math>x + 2</math></td> <td data-bbox="940 443 1182 544"><math>x - 1</math></td> <td data-bbox="1182 443 1422 544"><math>2x</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="209 544 453 600">فراوانی</td> <td data-bbox="453 544 697 600">۲</td> <td data-bbox="697 544 940 600">۳</td> <td data-bbox="940 544 1182 600">۲</td> <td data-bbox="1182 544 1422 600">۱</td> </tr> </table>	مرکز دسته	$\frac{1}{2}x - 4$	$x + 2$	$x - 1$	$2x$	فراوانی	۲	۳	۲	۱
مرکز دسته	$\frac{1}{2}x - 4$	$x + 2$	$x - 1$	$2x$							
فراوانی	۲	۳	۲	۱							
۱/۵	<p>۱۱ اختلاف داده‌ها از میانگین به صورت <math>-3, -2, 1, 2, 1, -1, a, 0, 5, -2</math> است. مقدار <math>a</math> و واریانس داده‌ها را به دست آورید.</p>										
۱/۵	<p>۱۲ داده های ۱۹ و ۸ و ۱۵ و ۷ و ۴ و ۵ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۷ را در نظر بگیرید. مطلوب است : الف) دامنه ی میان چارکی (IQR) ب) نمودار جعبه ای مربوط به داده های فوق را رسم نمائید</p>										
۱/۵	<p>۱۳ اگر با اطمینان بیش از ۹۵٪، میانگین جامعه در بازه <math>(0/8, 1/8)</math> قرار داشته باشد. برآورد نقطه ای ما از میانگین جامعه را بیابید.</p>										
۱	<p>۱۴ نوع هر یک از متغیرهای زیر را به طور کامل مشخص کنید. (۱) گنجایش آب یک تانکر (۲) گروه خونی افراد (۳) میزان تحصیلات (۴) تعداد نامه‌های یک صندوق</p>										
۱	<p>۱۵ در یک جامعه با ۴۰۰ عضو می‌خواهیم نمونه ای ۲۰ عضوی به روش سامانمند انتخاب کنیم. اگر اولین شماره انتخابی تصادفی ۱۶ باشد، هفتمین شماره انتخاب تصادفی را مشخص کنید.</p>										
صفحه ی ۲ از ۲											

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	فاکتورگیری $(B \cap A) \cap B = B \cap A$ $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A) = (A' \cap B) \cup (A \cap B) \cap (B \cup A) =$ $(B \cap (A' \cup A)) \cap (B \cup A) = B \cap (B \cup A) = B$ $\rightarrow B \subseteq A \cup B$	
۲	چون ارزش گزاره $(\sim p \vee r) \wedge p$ درست است، پس $p$ درست و $(\sim p \vee r)$ نیز درست است. لذا ارزش $r$ درست است زیرا $\sim p$ نادرست است.	
۳	$A_n = [-n^2 - 1, n - 1]$ $A_1 = [-2, 0], A_2 = [-5, 1], A_3 = [-10, 2]$ $\bigcup_{n=1}^3 A_n - \bigcap_{n=1}^3 A_n = [-10, 2] - [-2, 0] = [-10, -2) \cup (0, 2]$	
۴	برای مساوی بودن دو مجموعه $A$ و $B$ باید $2x - y$ برابر $-14$ و $2^{2x+3y}$ با عدد $4$ برابر باشد. پس داریم: $2x - y = -14$ و $2^{2x+3y} = 4 = 2^2 \Rightarrow 2x + 3y = 2$ با حل دستگاه دو معادله و دو مجهولی زیر، مقادیر $x$ و $y$ را بدست می آوریم: $\begin{cases} 2x - y = -14 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$ $3 \times \begin{cases} 2x - y = -14 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 3y = -42 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases} \Rightarrow 8x = -40 \Rightarrow x = -5$ $\xrightarrow{2x-y=-14} 2(-5) - y = -14 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x + y = -1$	
۵	$1 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1 \times 2 = 8$	
۶	$A = \{1, 2, \dots, 250\}$ بخش پذیری بر $A=3$ و بخش پذیری بر $B=6$ $P(A) = \frac{\lfloor \frac{250}{3} \rfloor}{250} = \frac{83}{250}$ , $P(B) = \frac{\lfloor \frac{250}{6} \rfloor}{250} = \frac{41}{250}$ , $P(A \cap B) = \frac{\lfloor \frac{250}{6} \rfloor}{250} = \frac{41}{250}$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{83+41-41}{250} = \frac{83}{250}$ (الف) $P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{83}{250} = \frac{167}{250}$ (ب)	
۷	می دانیم در پرتاب تاس پیشامدها مستقل هستند پس داریم: $P(H) = 3P(T)$ , $P(H) + P(T) = 1 \rightarrow P(H) = \frac{3}{4}$ , $P(T) = \frac{1}{4}$ $A = \{(H, H), (H, T), (T, H)\}$ , $P(A) = 1 - P(A') = \frac{15}{16}$ $B = \{(H, H), (H, T)\} \rightarrow P(B) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $A \cap B = \{(H, H), (H, T)\} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{4}$ , $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$ بنابراین دو پیشامد مستقل نیستند.	

ابتدا احتمال سفید بودن را مشخص میکنیم:

$$P(W) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{9} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{8} = \frac{13}{30}$$

$$P(I|W) = \frac{P(W|I)P(I)}{P(W)} = \frac{\frac{3}{9} \times \frac{2}{5}}{\frac{13}{30}} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{13}{30}} = \frac{4}{13}$$

۸

احتمال گل شدن پنالتی  $i$  - ام را با  $p(A_i)$  نمایش می دهیم. می دانیم احتمال  $P(A_3|A'_1 \cap A'_2) = 40\%$  است. بنابراین داریم:

$$P(A'_1 \cap A'_2 \cap A_3) = 0/2 \times 0/4 \times 0/6$$

که برابر است با  $0/048$

۹

$$\bar{X} = \frac{2\left(\frac{1}{2}x - 4\right) + 3(x + 2) + 2(x - 1) + 1(2x)}{2 + 3 + 2 + 1} = 8.5$$

$$8.5 = \frac{x - 8 + 3x + 6 + 2x - 2 + 2x}{8} \rightarrow 8x - 4 = 68 \rightarrow x = 9$$

۱۰

با توجه به اینکه مجموع اختلاف داده ها از میانگین برابر صفر است:

$$-2 + 5 + 0 + a - 1 + 1 + 2 = 0 \rightarrow a = -2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{4+25+0+4+1+1+4+9}{8} = \frac{48}{8} = 6$$

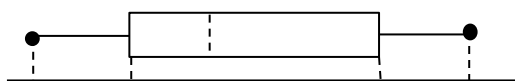
۱۱

الف) ابتدا داده ها را به صورت صعودی مرتب میکنیم.

۴ و ۵ و ۷ و ۸ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۵ و ۱۷ و ۱۹

$$Q_2 = 11 \quad Q_1 = 7 \quad , \quad Q_3 = 15 \quad IQR = Q_3 - Q_1 = 15 - 7 = 8$$

ب)



۱۲

$$\bar{X} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 0.7 \quad , \quad \bar{X} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 1.8 \rightarrow 2\bar{X} = 2.6 \rightarrow \bar{X} = 1.3$$

۱۳

الف) کمی (ب) کیفی (ج) کیفی (د) کمی

۱۴

$$N = 400 \quad n = 20 \rightarrow d = \frac{400}{20} = 20 \quad \text{و} \quad x_1 = 16$$

$$x_n = x_1 + (n - 1)d \rightarrow x_7 = 16 + 6 \times 20 = 136 \rightarrow \text{هفتمین شماره انتخابی}$$

۱۵

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح : مرجان یغمایی

جمع بارم : ۲۰ نمره