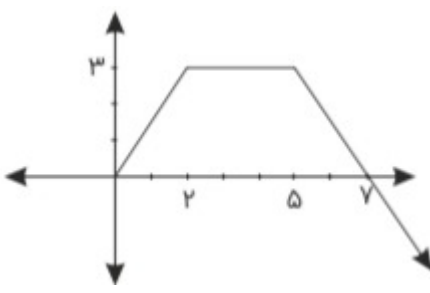
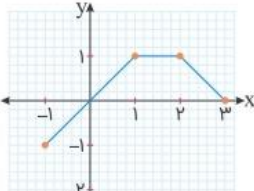


نام درس: ریاضی دوازدهم تجربی  
 نام دبیر: روزبه سیگارودی  
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۸/۲۴  
 ساعت امتحان: ۱۵: ۱۴ / عصر  
 مدت امتحان: ۷۵ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران  
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد حافظ  
 آزمون میان ترم اول سال تمصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: .....  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ..... صفحه

نمره	سؤالات	نوع
۱/۵	با استفاده از نمودار تابع $f(x) = x^3$ نمودار توابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد آن ها را مشخص کنید $Y = -(x - 2)^3$	۱
۱	نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$	۲
۰/۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید اگر تابع $f(x)$ در یک فاصله صعودی باشد انگاه اکیدا صعودی نیز خواهد بود	۳
۱	در $\left(\frac{1}{3}\right)^{10-2x} \leq \left(\frac{1}{81}\right)$ حدود $x$ را به دست آورید.	۴
۱/۵	با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 0 \\ -3x & ; -1 < x < 0 \end{cases}$ تعیین کنید، تابع در چه بازه‌ای اکیدا صعودی و در چه بازه‌ای اکیدا نزولی می‌باشد.	۵
۱/۵	جاهای خالی را با عدد یا عبارت ریاضی مناسب کامل کنید تابع زیر در بازه ..... صعودی اکید و در بازه ..... نزولی اکید و در بازه ..... ثابت است 	۶
۱	تابع $F(x) = (3a-1)x + 2$ در یک فاصله م صعودی هم نزولی مقدار $a$ چقدر است؟	۷
۱	اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشد، حاصل $\log\left(\frac{1}{f}\right)$ برابر ..... است.	۸
۰/۵	اگر $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ باشد، مقدار $f^{-1}(3)$ برابر ..... است.	۹

۱/۵	اگر $(f \circ g)(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 7$ و $f(x) = \frac{x}{4} + 8$ باشد، ضابطه تابع $g$ را به دست آورید.	۱۰
۱	اگر $f(x) = \sqrt{8 - 2x}$ و $g(x) = \frac{x + 6}{x - 3}$ باشد، دامنه تابع $f \circ g$ را به دست آورید.	۱۱
۱/۵	نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $g(x) = f(2x - 1)$ را رسم، دامنه و برد آن را تعیین کنید.	۱۲
		
۱/۵	اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ را به دست آورید.	۱۳
۱	نشان دهید توابع $f(x) = 3x - 4$ و $g(x) = \frac{x + 4}{3}$ وارون یکدیگرند.	۱۴
۱/۵	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 9 - 2\pi \cos\left(\frac{x}{\pi}\right)$ را محاسبه کنید.	۱۵
۱	دامنه تابع $f(x) = \tan(2x)$ را به دست آورید.	۱۶
۱/۵	نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه $22/5^\circ$ به دست آورید.	۱۷

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
1	<p>برای رسم <math>-(x-2)^3</math> مراحل زیر را انجام می‌دهیم:</p> <p><math>x^3 \xrightarrow{\text{انتقال طولی دو واحد به راست}} (x-2)^3 \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} -(x-2)^3</math></p> <p>دامنه و برد این تابع نیز <math>\mathbb{R}</math> است.</p>	
2	<p>نمودار <math>y = x^3</math> را رسم کرده و آن را یک واحد به چپ و سپس یک واحد به پایین انتقال می‌دهیم.</p> <p><math>g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 1 = (x+1)^3 - 1</math></p>	
3	نادرست	
4	$3^2x - 10 \leq 3 - 4$ $2x - 10 \leq -4 \Rightarrow x \leq 3$	
5	<p>در <math>[-1, 0]</math> اکیدا نزولی و در <math>[0, +\infty)</math> اکیدا صعودی است:</p>	

(۰/۲۵) صعودی اکید  $[۰, ۲]$   
 (۰/۲۵) نزولی اکید  $[۵, +\infty)$   
 (۰/۲۵) ثابت  $[۲, ۵]$

6

تنها تابعی که هم صعودی و هم نزولی باشد تابع ثابت است. برای آنکه تابع  $f$ ، ثابت باشد باید  $۳a - ۱ = ۰$  باشد، پس  $a = \frac{۱}{۳}$  است.

7

$$f \circ g \left( \frac{1}{f} \right) = f \left( g \left( \frac{1}{f} \right) \right) = f \left( \frac{1}{۲} \right) = \frac{1}{\frac{1}{۲}} = ۲$$

8

$$\sqrt{x-1} = ۳ \Rightarrow x-1 = ۲۷ \Rightarrow x = ۲۸ \Rightarrow f(۲۸) = ۳ \Rightarrow f^{-1}(۳) = ۲۸$$

9

$$f(g(x)) = x^۳ - ۳x^۲ + ۳x - ۱ + \lambda = (x-1)^۳ + \lambda \xrightarrow{f(x) = \frac{x}{۲} + \lambda} f(g(x)) = \frac{g(x)}{۲} + \lambda = (x-1)^۳ + \lambda$$

$$\Rightarrow \frac{g(x)}{۲} = (x-1)^۳ \Rightarrow g(x) = ۲(x-1)^۳$$

10

ابتدا دامنه توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  را می‌یابیم:

$$f(x) = \sqrt{\lambda - ۲x} \Rightarrow D_f : \lambda - ۲x \geq ۰ \Rightarrow ۲x \leq \lambda \Rightarrow x \leq \frac{\lambda}{۲}$$

$$g(x) = \frac{x+۶}{x-۳} \Rightarrow D_g : \mathbb{R} - \{۳\} \Rightarrow D_g : x \neq ۳$$

حال دامنه  $D_{f \circ g}$  را طبق فرمول حساب می‌کنیم:

$$D_{f \circ g} = \left\{ \underbrace{x \in D_g}_1 \mid \underbrace{g(x) \in D_f}_2 \right\}$$

$$۱) x \neq ۳$$

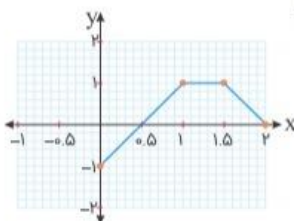
$$۲) g(x) \leq \frac{\lambda}{۲} \Rightarrow \frac{x+۶}{x-۳} \leq \frac{\lambda}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{x+۶ - \frac{\lambda}{۲}(x-۳)}{x-۳} \leq ۰ \Rightarrow \frac{-\frac{\lambda}{۲}x + 1\lambda}{x-۳} \leq ۰ \Rightarrow x \geq ۶ \text{ یا } x < ۳$$

$$D_{f \circ g} = ۱ \cap ۲ = (-\infty, ۳) \cup [۶, +\infty) \text{ یا } \mathbb{R} - [۳, ۶)$$

11

$$D_g = [۰, ۲] \quad R_g = [-۱, ۱]$$



12

$$g^{-1} \circ f^{-1}(\omega) = g^{-1}(۶۴) = ۴ \quad (۰/\omega)$$

13

$\text{fog}(x) = f\left(\frac{x+f}{p}\right) = p\left(\frac{x+f}{p}\right) - f = x$ $\text{gof}(x) = g(px - f) = \left(\frac{px - f + f}{p}\right) = x$	<b>14</b>
$\max =  a  + c =  -2\pi  + 9 = 2\pi + 9$ $\min = - a  + c = - -2\pi  + 9 = -2\pi + 9$ $T = \frac{2\pi}{\left \frac{1}{p}\right } = 6\pi$	<b>15</b>
$px \neq k\pi + \frac{\pi}{p} \quad (\cdot/2\omega) \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{p} + \frac{\pi}{p} \quad (\cdot/2\omega)$	<b>16</b>
$\sin^p \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{p} \xrightarrow{\alpha=2\gamma/\omega^\circ} \sin^p 2\gamma/\omega^\circ = \frac{1 - \cos 4\omega^\circ}{p}$ $\Rightarrow \sin^p 2\gamma/\omega^\circ = \frac{1 - \frac{\sqrt{p}}{p}}{p} = \frac{p - \sqrt{p}}{p} \Rightarrow \sin 2\gamma/\omega^\circ = \frac{\sqrt{p - \sqrt{p}}}{p}$ $\cos^p \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{p} \xrightarrow{\alpha=2\gamma/\omega^\circ} \cos^p 2\gamma/\omega^\circ = \frac{1 + \cos 4\omega^\circ}{p}$ $\Rightarrow \cos^p 2\gamma/\omega^\circ = \frac{1 + \frac{\sqrt{p}}{p}}{p} = \frac{p + \sqrt{p}}{p} \Rightarrow \cos 2\gamma/\omega^\circ = \frac{\sqrt{p + \sqrt{p}}}{p}$	<b>17</b>