

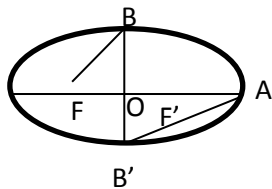
نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت  
 آزمون پایان نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱

نام درس: هندسه  
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۵  
 ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر		نمره به عدد:	نمره به حروف:
		نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:		نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
		تاریخ و امضاء:	تاریخ و امضاء:
ردیف	سؤالات	نمره	تاریخ و امضاء
۱	موارد زیر را تعریف کنید الف) مرتبه ماتریس: ب) بیضی: ج) ماتریس واحد: د) مکان هندسی:	۱	
۲	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید الف) در حالت کلی ضرب ماتریس ها خاصیت جابه جایی ..... ب) خروج از مرکز دایره برابر ..... است ج) طول بزرگترین قطر بیضی برابر ..... است د) ماتریسی که تعداد سطرها و ستون هایش برابرند ماتریس ..... نام دارد	۱	
۱/۵	ماتریس $A = [a_{ij}]$ از مرتبه $3 \times 2$ با ضابطه $a_{ij} = \begin{cases} i^2 + 2j & i > j \\ 3i - j & i = j \\ 2i^2 - j & i < j \end{cases}$ تعریف شده است. ماتریس را با اعضا مشخص کنید.	۱/۵	
۱/۵	ماتریس های $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ y & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x & a \\ 2 & b \end{bmatrix}$ مفروضند. اگر ماتریس های $A + 2I$ و $I - 2B$ با هم برابر باشند مقادیر $x, y, a, b$ را بیابید.	۱/۵	
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ حاصل $A^2 + 3A$ را بدست آورید	۱/۵	
۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد ماتریس $A^{200}$ را حساب کنید.	۱	
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ باشد حاصل عبارت $18A^{-1} - 2A^2$ را تعیین کنید	۱/۵	
۱/۵	دستگاه دو معادله دو مجهول $\begin{cases} 4x + y = 3 \\ x + y = 0 \end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید	۱/۵	

۱/۵	دستگاه $\begin{cases} (2m-1)x + y = 7 \\ x + (m-2)y = 12 \end{cases}$ جواب ندارد. $m$ را بیابید	۹
۱	معادله دترمینانی $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ x & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 & x \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ را حل کنید	۱۰
۱	نقاط ثابت $A, B$ به فاصله ۵ در صفحه مفروضند. مشخص کنید چند نقطه در صفحه هست که از $A$ و $B$ به فاصله‌های به ترتیب ۲ و ۳ باشد. (شکل رسم شود)	۱۱
۱	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکزش $O(3,-1)$ بوده و بر خط $3x-2y+1=0$ مماس باشد.	۱۲
۱	معادله دایره‌ای به مرکز $O(1,1)$ که از خط $4x-3y+2=0$ و تری به طول ۶ جدا می‌کند را بدست آورید.	۱۳
۱/۵	مشخص کنید دایره‌های $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 4 = 0$ و $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$ نسبت به هم چگونه اند.	۱۴
۱	در یک بیضی طول بزرگترین قطر ۳ برابر طول کوچکترین قطر است خروج از مرکز بیضی را بیابید.	۱۵
۱/۵	در بیضی شکل زیر، خروج از مرکز $\frac{2}{3}$ است، نسبت مساحت مثلث $BOF$ به مساحت مثلث $AOB'$ را بیابید.	۱۶



صفحه ۲ از ۲



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
 دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت  
**کلید** سؤالات پایان نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱

نام درس: هندسه دوازدهم ریاضی  
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۵  
 ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح  
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) مرتبه ماتریس حاصل ضرب سطرها دسترنمای ماتریس است. ب) بیضی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که فاصل از دو نقطه آسانا از دو نقطه به نام کانون ثابت است. ج) ماتریس است که اعضا نقطه اصلی او قیه ۰ هستند. د) مکان هندسی کبره تمامی از صفحه یا فضای که دارای یک ویژگی مشترک هستند.	
۲	الف) ندارد ج) ۲۵	ب) صفر د) ۱۲
۳	$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 4 \\ 11 & 13 \end{bmatrix}$	$a_{11} = 3 - 1 = 2$ $a_{21} = 4 + 2 = 6$ $a_{31} = 9 + 2 = 11$ $a_{12} = 2 - 2 = 0$ $a_{22} = 4 - 2 = 2$ $a_{32} = 9 + 4 = 13$
۴	$A = \begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 2 \end{bmatrix} \rightarrow A + 2I = \begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} m & a \\ r & b \end{bmatrix} \rightarrow I - 2B = \begin{bmatrix} 1 - 2m & -2a \\ -r & 1 - 2b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 1 - 2m = 5 \rightarrow m = -2 \\ -2a = 1 \rightarrow a = -\frac{1}{2} \\ b = -4 \\ 1 - 2b = -4 \rightarrow b = -\frac{5}{2} \end{cases}$	
۵	$A^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \left[ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T + 2A = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 13 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$	
۶	$A^T = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $A^T = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{T \cdot 2} = \begin{bmatrix} 1 & -10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	
۷	$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ $A^T = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 12 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^{-1})^T - 2A^T = \begin{bmatrix} 19 & 20 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$	
۸	$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + y = 0 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ $X = A^{-1}C = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$	
۹	$\frac{2m-1}{1} = \frac{1}{m-2} \neq \frac{7}{12}$ $\hookrightarrow 2m^2 - 4m - m + 2 = 1 \rightarrow 2m^2 - 5m + 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$	

$$(3-2m) - [1(3-2) - 1(2-1) + m(2-3)] = 0 \rightarrow 3-2m - (0+m) = 0$$

$$-2m = -3$$

$$m = 1.5$$

10

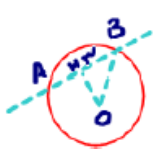


تعمیرات

11

$$\left. \begin{array}{l} O \mid \perp \\ 3x-2y+1=0 \end{array} \right\} R=OH = \frac{|9+2+1|}{\sqrt{9+4}} = \frac{12}{\sqrt{13}} \rightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = \frac{144}{13}$$

12



$$\left. \begin{array}{l} O \mid \perp \\ 2x-2y+1=0 \end{array} \right\} OH = \frac{|2-2+1|}{\sqrt{1+4}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{9}{10} + 9 = R^2 \rightarrow R^2 = \frac{99}{10} \\ \Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{99}{10} \end{array} \right\}$$

13

$$\left. \begin{array}{l} O \mid \perp \rightarrow R = \sqrt{\frac{7 \times 2}{2} + \frac{17}{2} - 2} = 2 \\ O \mid \perp \rightarrow R' = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مستقیم}$$

$$\left. \begin{array}{l} OO' = d = \sqrt{2+1} = \sqrt{3} \\ R+R' = 4 \\ |R-R'| = 1 \end{array} \right\}$$

14

$$2a = 3 \times 2b \rightarrow a = 3b \rightarrow b = \frac{a}{3}$$

$$a^2 - c^2 = b^2 = \frac{a^2}{9} \rightarrow \frac{8a^2}{9} = c^2 \rightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{8}{9} \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \rightarrow c = \frac{2\sqrt{2}}{3}a$$

15

$$\frac{c}{a} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{S_{BOF}}{S_{AOB}} = \frac{\frac{1}{2}bc}{\frac{1}{2}ab} = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$$

16

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: ۲۰ نمره