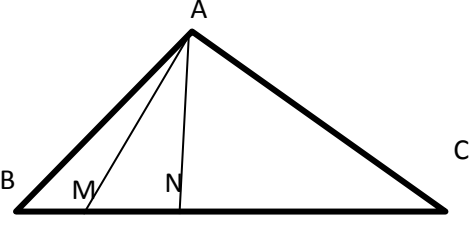
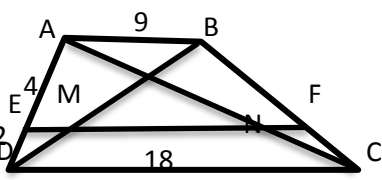
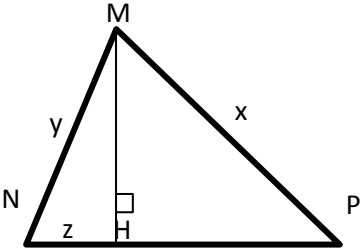
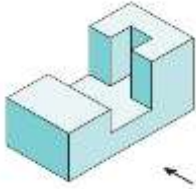


نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

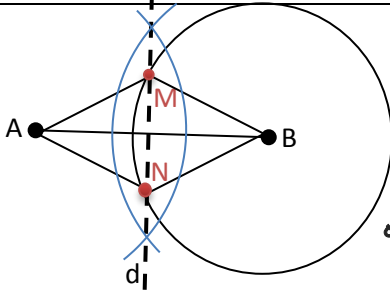
جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
 امتحانات پایان ترم دوم سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴
 www.sarayedanesh.com

نام درس: هندسه
 نام دبیر: سمیه پاکزاد
 تاریخ امتحان: ۱۶/۳/۱۴۰۵
 ساعت امتحان: ۰۸:۳۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر		نمره به عدد:	نمره به حروف:
		نمره به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:		تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
		تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
ردیف	سؤالات	نمره به عدد:	نمره به حروف:
۱	نقیض گزاره های زیر را بنویسید و درستی و نادرسی خود گزاره را مشخص کنید. الف) هر مربعی لوزی است. ب) اگر دو مثلث هم مساحت باشند آنگاه هم نهشت هستند.		
۱	یک لوزی با ضلع ۱۳ و قطر بزرگ ۲۴ رسم کنید. (روش رسم را توضیح دهید).		
۱	ثابت کنید عمود منصف های هر سه ضلع مثلث هم رسند.		
۱/۵	ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبرو به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه روبرو به ضلع کوچکتر و برعکس.		
۱/۵	ثابت کنید اگر دو مثلث متشابه باشند، آنگاه میانه ها هم با همان نسبت متناسبند.		
۱/۵	در شکل مقابل مساحت مثلث ABM یک پنجم مساحت مثلث ANC و نصف مساحت مثلث AMN است و نسبت های $\frac{BN}{BC}$ و $\frac{MN}{BC}$ را بدست آورید.		
			
۰/۷۵	برای مثلث با اضلاع a ، b و c که $\frac{a}{b-c} = \frac{b+c}{a}$ نوع مثلث را مشخص کنید.		
۱/۲۵	در ذوزنقه $ABCD$ که $AB \parallel EF$ طول MN را بدست آورید.		
			
۱	مثلثی به طول اضلاع m ، $m+3$ و $2m+1$ مساحت $4\sqrt{5}$ با مثلثی به مساحت $16\sqrt{5}$ و محیط ۳۲ متشابه است. مقدار m را بدست آورید.		

۱/۵	<p>در مثلث قائم الزاویه $(\widehat{M} = 90)$ و $MH=21$ و $HP=63$. مطلوبست $x+y+z$</p> 	۱۰
1	ثابت کنید در مثلث قائم الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر است.	۱۱
1	ثابت کنید در مثلث قائم الزاویه که یک زاویه ۱۵ دارد، ارتفاع وارد بر وتر $\frac{1}{2}$ وتر است.	۱۲
1	در مثلث قائم الزاویه ای با اضلاع قائمه ۱۱ و $5\sqrt{3}$ فاصله نقطه محل برخورد میانه ها با وتر را بدست آورید.	۱۳
0/5	اگر مساحت یک شکل شبکه‌ای $9/5$ باشد و ۶ نقطه درونی داشته باشد چند نقطه مرزی دارد؟	۱۴
1	<p>موارد زیر را تعریف کنید.</p> <p>الف) دو صفحه عمود بر هم ب) فصل مشترک</p>	۱۵
۱/۲۵	مستطیلی به ابعاد ۵ و ۸ را که از خط d به فاصله ۳ سانتی متر است حول خط d طوری دروان می دهیم که طول مستطیل با خط d موازی است، حجم شکل حاصل را بدست آورید.	۱۶
۰/۷۵	<p>نمای بالا، روبرو و سمت چپ شکل زیر را رسم کنید.</p> 	۱۷
۱	روی تمام وجه های مکعب هایی حروف M را می نویسیم و ۹ مکعب را روی هم می چینیم چند حرف M دیده می شود؟	۱۸
۰/۵	سطح مقطع یک مخروط قائم در بر خورد با صفحه افقی و مایل چه شکلی است؟	۱۹



ردیف	راهنمای تصحیح محل مهر یا امضاء مدیر
۱	<p>الف) درست، نقیض: یک مربعی وجود دارد که لوزی نیست. ب) نادرست، نقیض: ممکن است دو مثلث هم مساحت باشند ولی همنهشت نیستند.</p>
۲	<p>می‌دانیم قطرهای لوزی عمود منصف یکدیگرند. اول قطر بزرگ ۲۴ را رسم می‌کنیم (پاره خط AB) بعد به کمک پرگار و رسم کمان عمود منصف آن را رسم می‌کنیم (خط d). حال از راس A یا B دایره ای به شعاع ۱۳ رسم می‌کنیم. دایره خط d را در دو نقطه M و N قطع می‌کند. چهار ضلعی $AMNB$ لوزی مورد نظر است. چون M و N از راس دیگر هم به همین فاصله ۱۳ است.</p> 
۳	<p>فرض کنیم خط d عمود منصف AB و خط d' عمود منصف AC که در نقطه M متقاطعند. خاصیت عمود منصف: یک نقطه روی عمود منصف پاره خط است اگر و تنها اگر از دو سر پاره خط به یک فاصله باشد. $\left. \begin{array}{l} M \text{ روی عمود منصف } AB \rightarrow AM = MB \\ M \text{ روی عمود منصف } AC \rightarrow AM = MC \end{array} \right\} \rightarrow CM = MB$ پس M روی عمود منصف BC است هر سه عمود منصف از یک نقطه M می‌گذرند.</p>
۴	<p>طرف اول قضیه: فرض: $AC > AB$ حکم: $\hat{B} > \hat{C}$ اول روی ضلع بزرگتر یعنی AC به اندازه AB جدا می‌کنیم تا نقطه M حاصل شود پس $AM = AB$ مثلث ABM $\hat{C} > \hat{B} \leftarrow \left\{ \begin{array}{l} \widehat{B}_1 > \hat{C} \leftarrow \\ \widehat{B} > \widehat{B}_1 \leftarrow \end{array} \right. \leftarrow \left\{ \begin{array}{l} \widehat{M}_1 = \widehat{B}_1 \leftarrow \text{متساوی الساقین است} \\ \widehat{M}_1 > \hat{C} \leftarrow (BMC \text{ مثلث } BMC) \end{array} \right.$ برعکس: فرض: $\hat{B} > \hat{C}$ حکم: $AC > AB$ از برهان خلف اثبات می‌کنیم: $\left. \begin{array}{l} \widehat{C} = \widehat{B} \leftarrow AC = AB \\ \widehat{C} > \widehat{B} \leftarrow AC < AB \end{array} \right\}$ یا $\left. \begin{array}{l} \widehat{C} > \widehat{B} \leftarrow AC < AB \\ \widehat{C} < \widehat{B} \leftarrow AC > AB \end{array} \right\}$ خود حکم درست است </p>

$$\text{فرض: } \begin{cases} ABC \sim A'B'C' \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \\ \text{میانۀ } AM \text{ و } A'M' \\ \text{حکم: } \frac{AM}{A'M'} = k \end{cases}$$

چون دو مثلث متشابه اند پس $\widehat{B}' = \widehat{B}$

چون $\frac{BC}{B'C'} = k$ نصف آنها هم همین نسبت را دارد یعنی $\frac{BM}{B'M'} = k$

۵

$$\left. \begin{aligned} \frac{AB}{A'B'} = \frac{BM}{B'M'} = k \\ \widehat{B}' = \widehat{B} \end{aligned} \right\} \rightarrow ABM \sim A'B'M' \text{ (دو ضلع متناسب و زاویه بین برابر)} \rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BM}{B'M'} = \frac{AM}{A'M'}$$

$$\rightarrow \frac{AM}{A'M'} = k$$

ارتفاع همه مثلث ها \mathcal{AH} است پس نسبت مساحت ها برابر است با نسبت قاعده ها:

۶

$$S_{ABM} = \frac{1}{5} S_{ANC} \rightarrow \frac{S_{ABM}}{S_{ANC}} = \frac{1}{5} \rightarrow \frac{BM}{NC} = \frac{1}{5} \rightarrow \begin{cases} BM = x \\ NC = 5x \end{cases}$$

$$S_{ABM} = \frac{1}{2} S_{ANM} \rightarrow \frac{S_{ABM}}{S_{ANM}} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{BM}{NM} = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} BM = x \\ NM = 5x \end{cases}$$

$$\frac{BN}{BC} = \frac{x + 2x}{x + 2x + 5x} \rightarrow \frac{3x}{8x} = \frac{3}{8}, \quad \frac{MN}{BC} = \frac{2x}{8x} = \frac{1}{4}, \quad \frac{BM}{BC} = \frac{x}{8x} = \frac{1}{8}$$

۷

$$\frac{a}{b-c} = \frac{b+c}{a} \rightarrow a^2 = (b-c)(b+c) \rightarrow a^2 = b^2 - c^2 \rightarrow b^2 = a^2 + c^2 \rightarrow b \text{ مثلث قائم الزاویه با وتر } b$$

$$\text{تالس (جز به کل)} \frac{ED}{DA} = \frac{DM}{DB} = \frac{EM}{AB} \rightarrow \frac{2}{6} = \frac{EM}{9} \rightarrow EM = 3$$

$$\text{تالس (جز به کل)} \frac{EA}{DA} = \frac{AN}{AC} = \frac{EN}{DC} \rightarrow \frac{4}{6} = \frac{EN}{18} \rightarrow EN = 12$$

$$MN = EN - EM = 12 - 3 = 9$$

۸

$$\text{نسبت محیط ها} = ۲ \rightarrow k = ۲ \text{ نسبت اضلاع} = ۴ \rightarrow k^۲ = \frac{۱۶\sqrt{۵}}{۴\sqrt{۵}}$$

۹

$$\frac{32}{m + 2m + 1 + m + 3} = 2 \rightarrow 2(4m + 4) = 32 \rightarrow 4m + 4 = 16 \rightarrow m = 3$$

$$MH^2 = NH \cdot HP \rightarrow 21^2 = z \cdot 63 \rightarrow z = \frac{441}{63} = 7$$

$$MN^2 = NH \cdot NP \rightarrow y^2 = 7 \times ۷۰ \rightarrow y = 7\sqrt{10}$$

$$MP^2 = PH \cdot NP \rightarrow x^2 = 63 \times ۷۰ \rightarrow x = 21\sqrt{10}$$

$$x + y + z = 21\sqrt{10} + 7\sqrt{10} + 7 = 28\sqrt{10} + 7$$

۱۰

<p>فرض: $\begin{cases} \hat{A} = 90 \\ \text{میانۀ وتر } AM \end{cases}$</p> <p>حکم: $AM = \frac{1}{2}BC$</p>	<p>۱ ۱</p> <p>برای اثبات AM را به اندازه خودش ادامه می دهیم تا نقطه D ایجاد شود.</p> <p>حال می گوییم BC و AD قطرهای چهار ضلعی $ACBD$ هستند که منصف یکدیگرند. پس طبق ویژگی متوازی الاضلاع (که یک چهار ضلعی متوازی الاضلاع است اگر و تنها اگر قطرهای منصف هم باشند) پس $ABCD$ متوازی الاضلاع و چون یک زاویه قائم دارد پس مستطیل است.</p> <p>قطرهای آن برابرند $\leftarrow AM = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC$</p>
<p>حکم: $AH = \frac{1}{4}BC$</p> <p>می دانیم میانۀ وارد بر وتر نصف وتر است پس:</p> <p>$AM = \frac{1}{2}BC = BM$</p>	<p>۱ ۲</p> <p>پس مثلث AMB متساوی الساقین $\leftarrow \hat{A}_1 = \hat{B} = 15^\circ$</p> <p>پس زاویه \hat{M}_1 که خارجی برابر 30° درجه است و میدانیم در مثلث قائم الزاویه ضلع روبرو به زاویه 30° درجه نصف وتر است پس:</p> <p>$AH = \frac{1}{2}AM \rightarrow AH = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}BC\right) \rightarrow AH = \frac{1}{4}BC$</p>
<p>$BC^2 = 11^2 + (5\sqrt{3})^2 \rightarrow BC^2 = 121 + 75 = 196 \rightarrow BC = 14$</p> <p>و میدانیم میانۀ وارد بر وتر نصف وتر است پس:</p> <p>$AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 14 = 7$</p> <p>و طبق قضیه همرسی میانۀ ها می دانیم:</p> <p>$GM = \frac{1}{3}AM = \frac{7}{3}$</p>	<p>۱ ۳</p>
<p>$S = 9/5$, $i = 6$, $b = ?$</p> <p>$S = \frac{b}{2} + i - 1 \rightarrow 9/5 = \frac{b}{2} + 6 - 1 \rightarrow \frac{b}{2} = 9/5 - 5 = 4/5 \rightarrow b = 9$</p>	<p>۱ ۴</p>
<p>الف) دو صفحه بر هم عمودند، هر گاه هر کدام شامل خطی باشد که بر دیگری عمود است.</p> <p>ب) اگر دو صفحه در یک خط راست مشترک باشند نسبت به هم متقاطع هستند و این خط راست را فصل مشترک دو صفحه می گوییم.</p>	<p>۱ ۵</p>
<p>حجم استوانه درونی - حجم استوانه بیرونی = حجم</p> <p>$\pi(5+3)^2 \times 8 - \pi(3)^2 \times 8 = \pi(64) \times 8 - \pi(9 \times 8) = \pi 8(64 - 9) = \pi 8(75) = \pi 440$</p>	<p>۱ ۶</p>
<p>بالا</p> <p>چپ</p> <p>روبرو</p>	<p>۱ ۷</p>
<p>(7×4) ۷ مکعب وسط</p> <p>۴ ۱ مکعب پایین</p> <p>۵ ۱ مکعب بالایی</p> <p>۳۷ حرف M دیده می شود</p>	<p>۱ ۸</p>

سطح مقطع یک مخروط قائم: با صفحه افقی: دایره با صفحه مایل: بیضی	۱ ۹
نام و نام خانوادگی مصحح : امضاء:	جمع بارم : ۲۰ شماره