

نام درس: ریاضیات گسسته

تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۰۹/۳۰

ساعت امتحان: ۰۷:۳۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت

امتحانات نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵



www.sarayedanesh.com

021-2936

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

نمره به عدد:		نمره به حروف:		محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		
ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات	نام دبیر:
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) مجموع سه عدد متوالی طبیعی همواره بر ۳ بخش پذیر است. (ب) باقیمانده تقسیم عدد ۱۲۳۴۵۶۷۸۹ بر ۱۱ برابر ۳ است. (پ) گراف ۶-منتظم مرتبه ۸ دارای ۴۸ یال است. (ت) گراف تهی از مرتبه ۲ همبند است.	۱		
۲	در جای خالی عدد یا عبارت مناسب قرار دهید (الف) حاصل $[m^2, m^3), m^4]$ برابر است با (ب) اگر ب م م دو عدد ۱ شود آنها را نسبت به هم نامند. (پ) تعداد رئوس فرد هر گراف عددی است. (ت) اگر درجه راسی درگرافی از مرتبه ۱۱ برابر ۳ باشد، درجه آن راس در مکملش است.	۱		
۳	در هر مورد گزینه مناسب انتخاب کنید (الف) باقیمانده تقسیم a بر ۵ و ۷ به ترتیب ۱ و ۴ است، باقیمانده تقسیم آن بر ۳۵ کدام است؟ ۱۱ (۱) ۱۷ (۲) ۲۱ (۳) ۲ (۴) (ب) گراف کامل K_5 چند دور به طول ۳ دارد؟ ۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴)	۱		
۴	با استفاده از در نظر گرفتن تمام حالات ممکن ثابت کنید $n^2 + 3n - 1$ فرد است.	۱/۲۵		
۵	اگر α و β اعداد گنگ و $\alpha + 2\beta$ گویا باشد، ثابت کنید $4\alpha - \beta$ گنگ است.	۱/۵		
۶	با استفاده از استدلال بازگشتی ثابت کنید: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$	۱/۵		
۷	عدد صحیح a را چنان بدست آورید که $a 2n + 5$, $a 5n + 4$	۱/۲۵		
۸	حاصل ب م م $(3n + 4, 7n - 1)$ را بیابید.	۱/۲۵		
۹	باقیمانده تقسیم $9 - 5 \times 7^{121}$ بر ۱۱ کدام است؟	۱/۲۵		
صفحه ی ۱ از ۲				

۱۰	۶ تیر سالی دوشنبه است، ۱۷ آبان در آن سال چه روزی از هفته است؟	۱/۲۵
۱۱	معادله سیاله $3x + 4y = 11$ را حل کنید.	۱/۲۵
۱۲	گرافی از مرتبه ۷ و اندازه ۸ فقط رئوس با درجات ۳ و ۲ دارد. تعداد هر کدام را مشخص کنید.	۱/۲۵
۱۳	در گراف $G(V, E)$ که $V = \{a, b, c, d, e\}, E = \{ab, ac, ad, bd, be, ce, ea\}$: الف) گراف را رسم کنید. ب) درجات رئوس را بنویسید. پ) دو مسیر از a به e بنویسید. ت) یک دور مشخص کنید. ث) همسایگی باز d و بسته راس c را بنویسید.	۱/۵
۱۴	به یک گراف ۷-منتظم باید ۱۰ یال اضافه کنیم تا گراف کامل از همان مرتبه شود. مرتبه گراف کدامست.	۱/۲۵
۱۵	مشخص کنید با ۵ راس متمایز چند گراف ساده از اندازه ۳ می توان ساخت که یال ab را داشته باشد ولی یال cd در آن نباشد.	۱/۲۵
۱۶	در گراف کامل K_8 چند مسیر به طول ۴ بین رئوس a و b هست که از c بگذرد ولی از d, e نگذرد.	۱/۲۵
صفحه ی ۲ از ۲		

جمع بارم : ۲۰ نمره



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
کلید سؤالات پایان نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴



www.sarayedanesh.com

نام درس:

نام دبیر:

تاریخ امتحان: / ۱۴۰۴ / ۱۰

ساعت امتحان: ۷:۳۰ صبح / عصر

مدت امتحان: دقیقه

محل مهر یا امضاء مدیر

راهنمای تصحیح

ردیف

الف) درست ب) نادرست پ) نادرست ت) نادرست

الف) n^k ب) اول پ) زوج ت) ۷

الف) گزینۀ ۱ ب) گزینۀ ۲

$$n=2k \Rightarrow n^2+3n-1=2k^2+6k-1=2k^2+6k-2+1=2k^2+4k+1=2k'+1 \Rightarrow \text{فرد}$$

$$n=2k+1 \Rightarrow n^2+3n-1=(2k+1)^2+3(2k+1)-1=4k^2+4k+1+6k+3-1=4k^2+10k+3=4k^2+10k+4+1=2k'+1 \Rightarrow \text{فرد}$$

$$\begin{cases} 4\alpha - \beta = p \\ \alpha + 2\beta = q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8\alpha - 2\beta = 2p \\ \alpha + 2\beta = q \end{cases} \Rightarrow 9\alpha = 2p + q \Rightarrow \alpha = \frac{2p+q}{9}$$

سیفرض

$$2x^2+2y^2+2-2xy-2x-2y \geq 0$$

$$x^2+y^2-2xy+x^2-2x+1+y^2-2y+1 \geq 0 \Rightarrow (x-y)^2+(x-1)^2+(y-1)^2 \geq 0$$

$$\begin{cases} a \mid 2n+5 \\ a \mid 5n+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \mid 10n+25 \\ a \mid -10n-8 \end{cases} \Rightarrow a \mid 17 \Rightarrow a = \pm 1, \pm 17$$

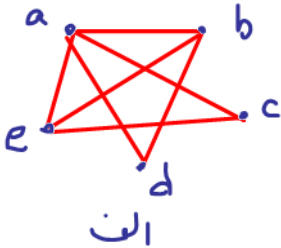
$$(3n+4, v_{n-1}) = d$$

$$\begin{cases} d \mid 3n+4 \\ d \mid v_{n-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid 21n+28 \\ d \mid -21n+3 \end{cases} \Rightarrow d \mid 31 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 31$$

$$v^2 \equiv 5 \Rightarrow v^3 \equiv 2 \Rightarrow v^4 \equiv 3 \Rightarrow v^5 \equiv -1 \Rightarrow (v^5)^{24} \equiv (-1)^{24} \Rightarrow v^{120} \equiv 1 \Rightarrow v^{121} \equiv v \Rightarrow 5 \times v^{121} - 9 \equiv 29 \equiv 2 \Rightarrow r=4$$

$$6 \times 3 = 3 \times 3 + 3 \times 3 - 1 \times 3 \Rightarrow 18 \equiv 1 \Rightarrow 1 \times 3 + 2 \times 3 + 3 \times 3 \Rightarrow 23 \equiv 2 \Rightarrow$$

$$6 \times 17 = 6 \times 31 + 30 + 17 \equiv 6 \times 3 + 2 + 3 \equiv 23 \equiv 2 \Rightarrow$$

$3x + 4y = 11 \rightarrow 3x \equiv 11 \Rightarrow -x \equiv -1 \Rightarrow x \equiv 1 \Rightarrow x = 2k + 1$ $\hookrightarrow 12k + 3 + 4y = 11 \Rightarrow 4y = -12k + 8 \Rightarrow y = -3k + 2$	۱۱
$p=5, q=8, \quad S: \underbrace{1, 3, \dots}_n, \underbrace{2, 4, \dots}_8$ $\begin{cases} x+y=5 \\ 3x+4y=14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x-2y=-14 \\ 3x+4y=14 \end{cases} \Rightarrow x=2, y=3$	۱۲
 الف ب) $\deg a = 4, \deg b = 3, \deg c = 3, \deg d = 2, \deg e = 3$ پ) ae, abe ت) $acea, N(d) = \{a, b\}, N(c) = \{a, e, c\}$	۱۳
$\left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{1}{r} p^r = \frac{5}{2} p \\ q_2 &= \frac{p(p-1)}{2} \end{aligned} \right\} \frac{5}{2} p + 1 = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 5p + 2 = p^2 - p$ $\Rightarrow p^2 - 6p - 2 = 0 \Rightarrow (p-1)(p+2) = 0 \Rightarrow p=1$	۱۴
$p=5 \Rightarrow q = \binom{5}{2} = 10 \Rightarrow E = \{ab, cd, \dots\}$ $E = \{ab, 0, 0\} \Rightarrow \binom{5}{2} = \frac{5!}{2!3!} = 10$	۱۵
 الف ب) $\underbrace{a \dots b}_c \Rightarrow \binom{5}{2} \times 3! = 5 \times 2 = 10$	۱۶
نام و نام خانوادگی مصحح : امضاء:	جمع بارم : ۲۰ نمره