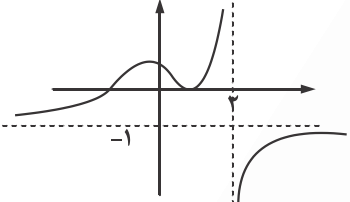


نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: حسابان ۲
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۱۱
 ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
سؤالات	نوع	نوع	نوع	نوع
۱	کدام یک از جملات درست و کدام یک نادرست است؟ الف) درجه تابع $f(x) = x^2(1-x^2)^2 - x^2$ برابر ۴ است. ب) نمودار تابع $f(x) = \tan x$ در دامنه خود اکیداً صعودی است. پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x-1}$ برابر صفر است ت) اگر n عددی فرد باشد $\lim_{x \rightarrow \infty} x^n$ برابر با $-\infty$ است.	درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/>	درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/>	درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/>
۲	نمودار $y = f(x)$ مطابق شکل زیر است، نمودار $y = -f(2x-1)+1$ را رسم کنید. (مراحل ترسیم بیان شود).		۱/۵	
۳	اگر دامنه تابع $y = f(x)$ به صورت $[-3, 2]$ باشد، دامنه تابع $y = 2f(1-2x)+1$ کدام است؟	۰/۷۵		
۴	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & ; x \leq 0 \\ \log_2 x & ; x > 0 \end{cases}$ را رسم کنید. الف) در چه بازه‌ای اکیداً صعودی است؟ ب) در چه فاصله‌ای اکیداً نزولی است؟	۱/۲۵		
۵	اگر $\frac{1}{64} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{3x-2} \leq \frac{1}{4}$ ، حدود x را به دست آورید.	۰/۷۵		
۶	اگر در تقسیم $f(x) = mx^3 + (2m-1)x - 7$ بر $x-2$ ، باقی‌مانده آن ۱۵ باشد، باقی‌مانده تقسیم $p(x) = x \cdot f(x)$ بر $x+2$ را به دست آورید.	۱/۵		
۷	چند جمله‌ای $x^6 - 64$ را بر حسب عامل $x+2$ تجزیه کنید.	۱		
۸	دوره تناوب و مقادیر مینیمم و ماکزیمم تابع $f(x) = 2\sin(2x) - 3$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵		
۹	نمودار زیر مربوط به تابع مثلثاتی است. با دقت در شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص کنید.	۲		

محل مهر و امضاء مدیر		نمره به عدد:	نمره به حروف:
		نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:		تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
		تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
ردیف	سؤالات		نمره
۲/۵	الف) $\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ب) $\cos 2x - \sin x = 0$		۱۰
۰/۷۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + x}{x^2 - 4}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cos(\pi x)}{x^2 - 5x + 4}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x[x] + 3}{x^2 - 1}$ ت) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{3x + 1}{\tan x}$		۱۱
۰/۲۵	نمودار تابع $y = f(x)$ مطابق شکل زیر است. حاصل حدود زیر را بیابید. 		۱۲
۰/۲۵	الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$		
۰/۵	الف) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(3x+1)^2 + x^2}{-2x^3 + 4x^2 + 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \frac{2}{x}}{2x - \sqrt{x^2 + x}}$		۱۳
۱/۵	مجانب‌های افقی و قائم تابع $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{1 - x^2}$ را در صورت وجود به دست آورید.		۱۴
صفحه ۲ از ۲			

جمع بارم: ۲۰ نمره



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: مسابان دوازدهم ریاضی
تاریخ امتحان: ۱۱ / ۱۰ / ۱۴۰۰
ساعات امتحان: ۰۸:۰۰ صبح / عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضا، مدیر
------	---------------	-----------------------

۱	<p>کدام یک از جملات درست و کدام یک نادرست است؟</p> <p>الف) درجه تابع $f(x) = x^2(1-x^2)^2 - x^2$ برابر ۴ است.</p> <p>ب) نمودار تابع $f(x) = \tan x$ در دامنه خود اکیداً صعودی است.</p> <p>پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x-1}$ برابر صفر است</p> <p>ت) اگر n عددی فرد باشد $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n$ برابر با $-\infty$ است.</p>	<p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>درست <input checked="" type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input checked="" type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>
---	--	---

۲	<p>نمودار $y = f(x)$ مطابق شکل زیر است، نمودار $y = -f(2x-1) + 1$ را رسم کنید. (مراحل ترسیم بیان شود).</p> <p>(۱) ابتدا نمودار را یک واحد به راست منتقل می‌کنیم.</p> <p>(۲) طول نقاط را در $\frac{1}{2}$ ضرب کنید.</p> <p>(۳) نسبت به محور x ها قرینه کنید.</p> <p>(۴) یک واحد به بالا ببرید.</p>	
---	---	--

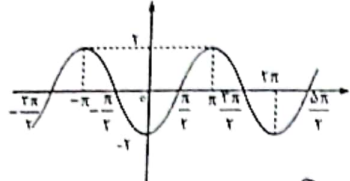
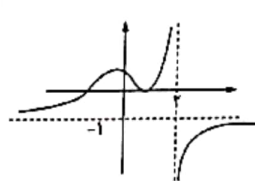
۳	<p>اگر دامنه تابع $y = f(x)$ به صورت $[-2, 2]$ باشد، دامنه تابع $y = 2f(1-2x) + 1$ کدام است؟</p> <p>$g(x) = 2f(1-2x) + 1$</p> <p>$-2 \leq 1-2x \leq 2 \rightarrow -4 \leq -2x \leq 1 \rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 2 \rightarrow Dg = [-\frac{1}{2}, 2]$</p>	
---	--	--

۴	<p>نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & ; x \leq 0 \\ \log_7 x & ; x > 0 \end{cases}$ را رسم کنید.</p> <p>الف) در چه بازه‌ای اکیداً صعودی است؟</p> <p>ب) در چه فاصله‌ای اکیداً نزولی است؟</p>	
---	--	--

۵	<p>اگر $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-2} \leq \frac{1}{64}$، حدود x را به دست آورید.</p> <p>$2x-2 \geq 6$ $2x \geq 8 \rightarrow x \geq 4 \rightarrow [4, +\infty)$</p> <p>$f$ اکیداً نزولی؛ $f(a) \leq f(b) \Rightarrow a \geq b$</p> <p>$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$؛ $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-2} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^4 \rightarrow$</p>	
---	--	--

۶	<p>اگر در تقسیم $f(x) = mx^2 + (2m-1)x - 7$ بر $x-2$، باقی‌مانده آن ۱۵ باشد، باقی‌مانده تقسیم $p(x) = x \cdot f(x)$ بر $x+2$ را به دست آورید.</p> <p>$x+2=0 \rightarrow x=-2$ $x-2=0 \rightarrow x=2 \rightarrow r = f(2) = 15$ $4m + 2(2m-1) - 7 = 15 \rightarrow m = 2$</p> <p>$f(x) = 2x^2 + 3x - 7$ $r = P(-2) \Rightarrow -2f(-2) = -2(2(-2)^2 + 3(-2) - 7) = 58$</p>	
---	---	--

۷	<p>چند جمله‌ای $x^6 - 64$ را بر حسب عامل $x+2$ تجزیه کنید.</p> <p>$x^6 - 2^6 = (x+2)(x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 8x^2 + 16x - 32)$</p>	
---	---	--

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضا، مدیر
۸	دوره تناوب و مقادیر مینیمم و ماکزیمم تابع $f(x) = 2\sin(2x) - 3$ را محاسبه کنید. $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{2} = \pi$ $\text{Max} = a + c = 2 + (-3) = -1$ $\text{Min} = - a + c = -2 + (-3) = -5$	
۹	نمودار زیر مربوط به تابع مثلثاتی است. با دقت در شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص کنید. $f(x) = a \cos(bx) + c$ $\text{Max} = a + c = 2 \rightarrow a = 2$ $\text{Min} = - a + c = -2 \rightarrow c = 0$ $T = \frac{2\pi}{ b } = 2\pi \rightarrow b = 1$ بنا به نمودار: $a = -2$ $f(x) = -2 \cos x$ 	
۱۰	معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید. الف) $\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4} \rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{4} \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{4}$ ب) $\cos 2x - \sin x = 0$ $\begin{cases} 2x = 2k\pi + \pi/4 \\ 2x = 2k\pi + \pi - \pi/4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \pi/8 \\ x = k\pi + 3\pi/8 \end{cases}$ حاصل حدود زیر را به دست آورید.	
۱۱	الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + x}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + x}{(x-2)(x+2)} = \frac{6}{0^-} = -\infty$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cos(\pi x)}{x^2 - 5x + 4} = \frac{-1}{(0^+)(-4)} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$ پ) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-2x + 2}{(x-1)(x+1)} = \frac{4}{(-2)(0^-)} = \frac{4}{0^+} = +\infty$ ت) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{2x+1}{\tan x} = \frac{2(\pi/2) + 1}{\tan \frac{\pi}{2}^-} = \frac{\pi + 1}{+\infty} = 0$	
۱۲	نمودار تابع $y = f(x)$ مطابق شکل زیر است، حاصل حدود زیر را بیابید. 	
۱۳	الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ حاصل حدود زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(2x+1)^2 + x^2}{-2x^2 + 4x^2 + 1} \xrightarrow{\text{برون}} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2\sqrt{2}x^2}{-2x^2} = \frac{-2\sqrt{2}}{2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \frac{2}{x}}{2x - \sqrt{x^2 + x}} \xrightarrow{\text{برون}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{2x - \sqrt{x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{2x - x } = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$	
۱۴	مجاذب‌های افقی و قائم تابع $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{1 - x^2}$ را در صورت وجود به دست آورید. $D_f = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ $1 - x^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 + 1}{(1-x)(1+x)} = \frac{3}{0^-} = -\infty \rightarrow$ مجانب قائم $x = 1$ $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2 + 1}{(1-x)(1+x)} = \frac{3}{0^+} = +\infty \rightarrow$ مجانب قائم $x = -1$ $y = -2$ — مجانب افقی	