

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: یازدهم ریاضی

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران

دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت

امتحانات نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۵ - ۱۴۰۴



www.sarayedaneh.com

021-2936



نام درس: حسابان (۱)

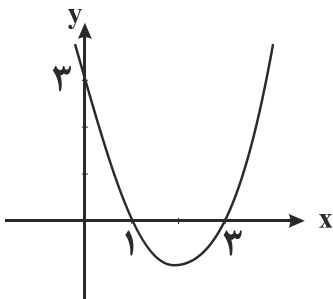
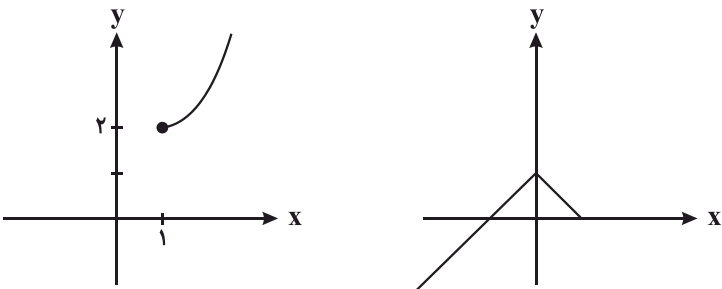
نام دبیر: فاطمه عراقی

تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶

ساعت امتحان: ۳۰ : ۰۷ صبح/عصر

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
بارم	ردیف	سؤالات		
۱	۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) در رابطه $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 0$، y تابعی از x است. ب) هم‌دامنه تابع، زیرمجموعه‌ای از برد آن است. پ) دو تابع $f(x) = x - 2$ و $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$ باهم برابرند. ت) اگر $f(x) = 2x + 4$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ باشند، آنگاه $(fog)(2) = 5$		
۰/۷۵	۲	جاهای خالی را با اعداد یا عبارت مناسب تکمیل کنید. الف) اگر $a < 0 < b$ و $b > a$ باشد، حاصل $a+b + a + b$ برابر است. ب) اگر $f(x) = [x - 3]$ باشد، آنگاه مقدار $f(2 - \sqrt{2})$ برابر است. پ) تابع f با ضابطه $f(x) = x - 1$ روی بازه $(-\infty, x]$ تابعی یک به یک است، بزرگ‌ترین مقدار x برابر		
۱/۲۵	۳	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) در شکل زیر، نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ داده شده است. کدام گزینه درست است؟ (۱) $bc > 0$ (۲) $ac < 0$ (۳) $ab < 0$ (۴) $abc < 0$ ب) دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\sqrt{x^2-1}}$ شامل چند عدد صحیح است؟ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸ پ) اگر $f(x) = 2x - 6$ و $g(x) = x^2 - 1$ باشد، جواب معادله $(fog)(x) = 0$ کدام است؟ (۱) ± 2 (۲) ± 4 (۳) $\pm \sqrt{2}$ (۴) $\pm \sqrt{3}$		

۴	در یک دنباله حسابی، جمله پنجم برابر ۳ و هر جمله از جمله مقابل خود به اندازه ۲ واحد کمتر است. مجموع ۱۰ جمله اول آن را بیابید.	۱
۵	در یک دنباله هندسی صعودی $S_8 = 82S_4$ است، قدر نسبت دنباله را بیابید.	۱
۶	m را طوری بیابید که یکی از ریشه‌های معادله $2x^2 - 6x + m = 0$ دو برابر ریشه دیگر باشد.	۱
۷	نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت مقابل است. (الف) ضابطه سهمی را بدست آورید. (ب) برد تابع را مشخص کنید.	۱ 
۸	معادلات زیر را حل کنید. (الف) $\sqrt{1+x} + 5 = x$ (ب) $\left(\frac{x^2}{2} - 1\right)^2 + \left(\frac{x^2}{2} - 1\right) - 2 = 0$	۲
۹	ابتدا نمودار $f(x) = x - 2 $ را رسم کنید و سپس معادله $f(x) = 1$ را به روش <u>جبری</u> و <u>هندسی</u> حل کنید.	۱/۷۵
۱۰	مثلث ABC با سه رأس $A(-3, 2)$ و $B(2, 4)$ و $C(0, 6)$ مفروض است: (الف) طول میانه AM را بدست آورید. (ب) معادله عمودمنصف ضلع BC را بیابید.	۱/۲۵
۱۱	خط $4x + 3y + 1 = 0$ بر دایره C به مرکز $O(3, -1)$ مماس است. شعاع دایره را بیابید.	۰/۵
۱۲	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x < 0 \\ -\sqrt{x+1} & x \geq 0 \end{cases}$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را بیابید.	۱/۲۵
۱۳	نمودار تابع $y = \left[\frac{1}{4}x + 1\right]$ را در بازه $[-4, 2]$ رسم کنید.	۱/۵
۱۴	(الف) نمودار «تابع وارون» هر یک از تابع‌های زیر را که یک به یک است، در همان دستگاه مختصات رسم کنید. (ب) ضابطه تابع وارون، تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را بدست آورید.	۱/۲۵ 

۱/۷۵	اگر $f = \{(1, 2), (2, 4), (-1, 3), (4, 6)\}$ و $g = \{(2, -1), (4, 1), (6, 2), (1, 0), (-1, 4)\}$ باشند: الف) تابع $g \circ f$ را بیابید. ب) تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت زوج مرتب بنویسید. پ) مقدار $(2)(g(f^{-1}(3)) - g)$ را محاسبه کنید.	۱۵
۱/۷۵	اگر $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$ و $g(x) = \sqrt{4-x^2}$ باشد: الف) دامنه تابع $f \circ g$ را از راه فرمول بدست آورید. ب) دامنه $\frac{g}{f}$ را بیابید.	۱۶
صفحه‌ی ۳ از ۳		

جمع بارم: ۲۰ نمره

نام درس: جابجیا

نام دبیر: خانم غریبی

تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶

ساعت امتحان: ۰۷:۳۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
کلید سؤالات پایان نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵



www.saravedanesh.com

021-2936



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء، مدیر
۱	الف) درست ب) نادرست پ) نادرست ت) درست خرمورد (۰,۲۵)	۱
۲	الف) ۲b ب) ۳- پ) ۱ خرمورد (۰,۲۵)	۰,۷۵
۳	الف) گزینه ۳ ب) گزینه ۲ پ) گزینه ۱ خرمورد (۰,۲۵) ۰,۱۵ ۰,۱۵ $9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 9 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$ $x^2 - 1 > 0 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 1 \Rightarrow D = [-3, -1) \cup (1, 3]$ $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 2(x^2 - 1) - 6 = 2x^2 - 8 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$	۰,۲۵ ۰,۱۵ ۰,۱۵
۴	$a_5 = 3 \Rightarrow a + 4d = 3 \xrightarrow{d=-2} a + 4(-2) = 3 \Rightarrow a = 11 \quad (۰,۲۵)$ $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \Rightarrow S_{10} = 5 [2(11) + 9(-2)] = 20 \quad (۰,۲۵)$	۱
۵	$S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q} \quad S_8 = 12 S_4 \Rightarrow \frac{a(1-q^8)}{1-q} = 12 \times \frac{a(1-q^4)}{1-q} \quad (۰,۲۵)$ $\xrightarrow{q \neq 1} 1 - q^8 = 12(1 - q^4) \Rightarrow (1 - q^4)(1 + q^4) = 12(1 - q^4) \Rightarrow q^4 = 11 \quad (۰,۲۵)$ $\Rightarrow q = 3 \quad (۰,۲۵)$	۱

$$\beta = 2\alpha \quad (1, 20), S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -2 \Rightarrow \alpha + 2\alpha = -2 \Rightarrow 3\alpha = -2 \Rightarrow \alpha = -\frac{2}{3} \quad (1, 20)$$

$$\boxed{\beta = 2} \quad (1, 20), P = \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = -2 \Rightarrow 2 = \frac{m}{p} \Rightarrow \boxed{m = 4} \quad (1, 20)$$

راه دیگر: به از هر سمت آوردن α آن را در معادله جایگزین کردیم، m را بیابیم.

الف) $y = a(x - x')(x - x'') \Rightarrow y = a(x - 1)(x - 3) \quad (1, 20)$

$(0, 3) \Rightarrow a(0 - 1)(0 - 3) = 3 \Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = 1 \quad (1, 20)$

$y = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3 \quad (1, 20)$

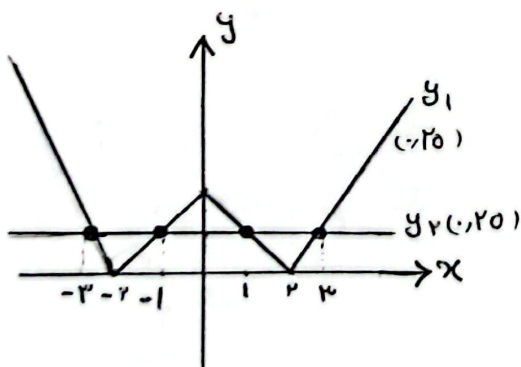
ب) $x_s = \frac{1+3}{2} = 2 \Rightarrow y_s = 4 - 4 + 3 = -1 \quad R_f = [-1, +\infty) \quad (1, 20)$

الف) $(\sqrt{1+x})^2 = (x-5)^2 \Rightarrow 1+x = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow$
 $x^2 - 11x + 24 = 0 \Rightarrow (x-8)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x=8} \checkmark \text{ ق. ق.} \\ \boxed{x=3} \times \text{ غ. ق. ق.} \end{cases} \quad (20)$

ب) $\frac{x^2}{2} - 1 = t \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} \boxed{t=1} \\ \boxed{t=\frac{c}{a} = -2} \end{cases} \quad (1, 20)$

$\frac{x^2}{2} - 1 = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = \pm 2} \quad (1, 20)$

$\frac{x^2}{2} - 1 = -2 \Rightarrow x^2 = -2 \times \text{غ. ق. ق.} \quad (1, 20)$



روش جبری: $||x-2| = 1| \Rightarrow |x-2| = \pm 1 \quad (1, 20)$
 $\begin{cases} |x| = 3 \Rightarrow x = \pm 3 \\ |x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases} \quad (1, 20)$

روش هندسی:
 $\begin{cases} y_1 = |x-2| \\ y_2 = 1 \end{cases}$

معادله 4 جواب دارد:
 $\begin{cases} x = \pm 3 \\ x = \pm 1 \end{cases} \quad (1, 20)$

الف) $x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{0+2}{2} = 1$
 $y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$

$M(1, 3)$ (٢٥)

10

$AM = \sqrt{(1+1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{16+4} = \boxed{2}$ (٢٥)

١,٢٥

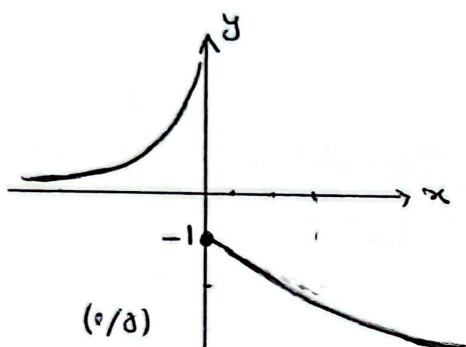
ب) $m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{1-5}{2-0} = -2 \Rightarrow m_{\perp BC} = \boxed{1}$ (٢٥)

$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 3 = 1(x - 1) \Rightarrow y = x + 2$ (٢٥)

٥,٢٥

$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow d = \frac{|1(2) + 3(-1) + 1|}{\sqrt{1+9}} = \frac{0}{\sqrt{10}} = \boxed{0}$ (٢٥)

11



١,٢٥

$D = R$ (٢٥)

$R_f = (-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$ (٢٥)

12

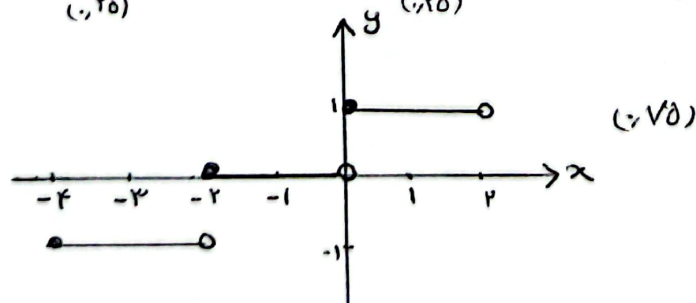
$y = \left[\frac{1}{4}x \right] + 1$ $-2 \leq x < 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{1}{4}x < 1$

$-2 \leq \frac{1}{4}x < -1 \Rightarrow \left[\frac{1}{4}x \right] = -2 \Rightarrow y = -1$ $-2 \leq x < -1$

١,٢٥

$-1 \leq \frac{1}{4}x < 0 \Rightarrow \left[\frac{1}{4}x \right] = -1 \Rightarrow y = 0$ $-1 \leq x < 0$

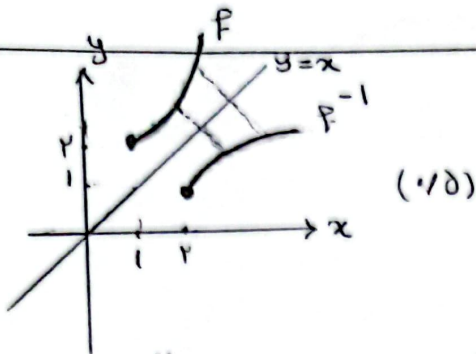
$0 \leq \frac{1}{4}x < 1 \Rightarrow \left[\frac{1}{4}x \right] = 0 \Rightarrow y = 1$ $0 \leq x < 2$



13

الف) نمودار دایره یک یک نسبت زیر افق موازی محور x ها، نمودار را در ۲ نقطه قطع می کند

۱۴



۱/۲۵

ب) $y = \frac{2x}{x-1} \Rightarrow yx - y = 2x \Rightarrow yx - 2x = y \Rightarrow x(y-2) = y \Rightarrow x = \frac{y}{y-2} \Rightarrow F^{-1}(x) = \frac{x}{x-2} \quad (۰/۲۵)$

الف) $g \circ F = \{(1, -1), (2, 1), (4, 2)\} \quad (۰/۲۵)$

۱۵

ب) $D_{\frac{F}{g}} = D_F \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} \Rightarrow D_{\frac{F}{g}} = \{1, 2, -1, 4\} - \{1\} = \{2, -1, 4\} \quad (۰/۲۵)$

$\frac{F}{g} = \{(2, -2), (-1, \frac{3}{2}), (4, 3)\} \quad (۰/۲۵)$

ج) $3F^{-1}(2) - g(2) = 3(1) - (-1) = 4 \quad (۰/۲۵)$

الف) $D_F = \mathbb{R} - \{2\} \quad (۰/۲۵) \quad D_g = [-2, 2] \quad (۰/۲۵)$

۱۶

$D_{F \circ g} = \{x \in D_g | g(x) \in D_F\} \Rightarrow D_{F \circ g} = \{x \in [-2, 2] | \sqrt{4-x^2} \neq 2\} \quad (۰/۲۵)$

$\Rightarrow D_{F \circ g} = [-2, 2] - \{0\} \quad (۰/۲۵)$

ب) $D_{\frac{g}{F}} = D_F \cap D_g - \{x | F(x) = 0\} \Rightarrow D_{\frac{g}{F}} = [-2, 2] - \{2\} - \{-2\} \quad (۰/۲۵)$

$\Rightarrow D_{\frac{g}{F}} = (-2, 2) \quad (۰/۲۵)$

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح: ماسمه عراقی

جمع بارم: ۲۰ شماره