

نام درس: هندسه ۳

تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۱۵

ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۷۵ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران

دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت

امتحانات نیمسال اول سال تمصیلی ۱۴۰۴ - ۱۴۰۳



www.saravedanesh.com

۰۲۱-۲۹۳۶

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
۱	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید (الف) در ضرب ماتریس ها لازمست تعداد ستونهای ماتریس با تعداد سطرهای ماتریس برابر باشند. (ب) فاصله مرکزهای دو دایره را فاصله نامند (ج) مکان هندسی نقاطی که از دو خط متقاطع به یک فاصله اند است (د) درماتریس عددی اعضایی که روی قطر هستند	۱
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر رامشخص کنید (الف) مجموع اعضا ماتریس های اسکالر مرتبه ۳ مضرب ۳ است (ب) قدرمطلق تفاضل دورترین و نزدیکترین فاصله هر نقطه از دایره برابر قطر دایره است (ج) مکان هندسی نقاطی که از یک دایره به یک فاصله اند یک دایره است (د) دو ماتریس مربع را در همه حالات می توان با هم جمع کرد	۱
۱	گزینه درست را انتخاب کنید. (الف) اگر A ماتریسی از مرتبه ۳ و دترمینانش برابر ۳ باشد دترمینان ماتریس $2A$ - کدامست؟ (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) ۲۴ (۴) -۲۴ (ب) شعاع دایره $0 = 12 - 4x + 12y - 2x^2 + 2y^2$ کدامست؟ (۱) ۷ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴) ۱۰	۱
۱/۲۵	ماتریس $A = [a_{ij}]$ از مرتبه 2×3 با ضابطه $a_{ij} = \begin{cases} ij - 1 & i > j \\ \frac{i}{j} - 1 & i = j \\ i^2 - 2j & i < j \end{cases}$ تعریف شده است. ماتریس را با اعضا مشخص کنید.	۱/۲۵
۱/۲۵	ماتریس های $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ y & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x & a \\ 2 & b \end{bmatrix}$ مفروضند. اگر $A+B=3I$ باشد حاصل $ax-by$ را بیابید	۱/۲۵
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ حاصل $A^2 - 2AB + I$ را بدست آورید.	۱/۵
۱/۲۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد A^{25} را بدست آورید.	۱/۲۵

۱/۲۵	اگر دستگاه $\begin{cases} (m+2)x + 4y = 7 \\ 6x + (m+6)y = 12 \end{cases}$ جواب نداشته باشد، m را بیابید.	۸
۱/۵	دستگاه دو معادله دو مجهول $\begin{cases} -2x + 3y = 4 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید.	۹
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & a \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد دترمینان ماتریس $2A - 3I$ برابر ۵ باشد a را بیابید	۱۰
۱/۵	خطهای d' و d و نقطه A به فاصله ۳ از d در صفحه مفروضند فاصله دو خط برابر ۲ است مشخص کنید چند نقطه در صفحه هست که از A به فاصله ۴ و از دو خط به فاصله یکسان باشد. (شکل حتما رسم شود)	۱۱
۱/۵	کوتاهترین فاصله دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ از نقطه $A(1, -1)$ کدامست؟	۱۲
۱/۵	اگر معادله $(2a-1)x^2 + y^2 - 4x + 6y - m = 0$ دایره باشد a و حدود m را بیابید.	۱۳
۱/۵	دایره های $x^2 + y^2 + 2x + 6y - m = 0$ و $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 2$ مماس خارجند m کدامست؟	۱۴
۱/۵	معادله دایره ای را بنویسید که مرکزش روی خط $x+y=3$ بوده و از نقاط $A(0,1)$ و $B(2,0)$ بگذرد.	۱۵
صفحه ی ۲ از ۲		

جمع بارم : ۲۰ نمره



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
کلید سوالات پایان نیمسال اول سال تمصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳



www.sarayedanesh.com

ناهم درس:

ناهم دبیر:

تاریخ امتحان: / ۱۰ / ۱۴۰۳

ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۷۵ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) اول - (د) ج) نیاز حفظه	ب) خط مرکزی د) برابرند
۲	الف) درست ج) نادرست	ب) نادرست د) نادرست
۳	الف) گزینه ۴ ب) گزینه ۲	$ -2A = -8 A = -24$ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0 \rightarrow R = \frac{1}{\sqrt{4+4+24}} = 4$
۴		$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$
۵		$r \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x & a \\ y & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ $\begin{cases} 2 + x = 2 \Rightarrow x = 0 \\ 8 + y = 0 \Rightarrow y = -8 \end{cases} \Rightarrow ax - by = 2 + 1 = 3$ $\begin{cases} 2y + 2 = 0 \Rightarrow y = -1 \\ 2 + b = 3 \Rightarrow b = 1 \end{cases} \Rightarrow ax - by = 2 + 1 = 3$
۶		$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A^T - 2AB + I = \begin{bmatrix} 5 & -11 & -4 \\ -2 & -4 & -2 \\ 2 & -7 & -3 \end{bmatrix}$
۷		$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ $A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A^{25} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 25 \\ 0 & 1 & 25 \\ 0 & 1 & 25 \end{bmatrix}$
۸		$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{m+2}{4} = \frac{4}{m+4} \neq \frac{7}{12}$ $m^2 + 4m + 12 = 24 \rightarrow m^2 + 4m - 12 = 0 \rightarrow m = \frac{-4 \pm \sqrt{16+48}}{1} = -4 \pm 2\sqrt{7}$

$$\begin{bmatrix} -r & r \\ 1 & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi \\ -r \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\xi - r} \begin{bmatrix} -r & -r \\ -1 & -r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & -r \\ -1 & -r \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} -r & -r \\ -1 & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ -r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=r \end{cases}$$

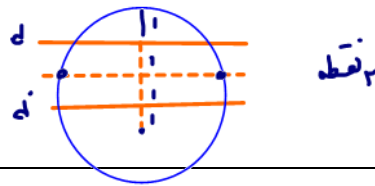
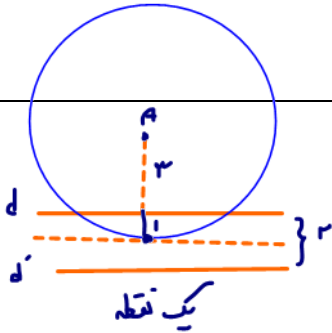
9

$$rA - rI = \begin{bmatrix} 1 & \xi & r \\ & 1 & ra \\ \xi & r & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |rA - rI| = \Delta \Rightarrow 1(1-ra) - r(-ra) + r(-r) = \Delta$$

$$1 - ra + r^2a - r = \Delta$$

$$ra = r \rightarrow a = \frac{r}{r} = 1$$

10



11

$$O \begin{vmatrix} 1 \\ -r \end{vmatrix} \Rightarrow OA = \sqrt{(1-1)^2 + (-r+1)^2} = 1$$

$$R = \frac{1}{r} \sqrt{\xi + 14 + \lambda} = \Delta$$

$$\min = R - OA = \Delta - 1 = r$$

12

$$ra - 1 = 1 \rightarrow a = 1$$

$$A^2 + B^2 - rC > 0 \Rightarrow 14 + r^2 + \xi m > 0 \Rightarrow \xi m > -14 \rightarrow m > -14$$

13

$$O \begin{vmatrix} -1 \\ -r \end{vmatrix} \quad R = \frac{1}{r} \sqrt{\xi + r^2 + \xi m} = \sqrt{1 + m}$$

$$O' \begin{vmatrix} -r \\ 1 \end{vmatrix} \quad R' = r$$

$$OO' = d = \sqrt{\xi + \xi} = r\sqrt{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} d = R + R' \Rightarrow r\sqrt{2} = \sqrt{1+m} + r \\ 1+m = r \rightarrow m = -1 \end{array} \right\}$$

14

$$y = r - a$$

$$O \begin{vmatrix} a \\ r-a \end{vmatrix}$$

$$OA = OB \Rightarrow \sqrt{a^2 + (r-a)^2} = \sqrt{(a-r)^2 + (r-a)^2} \Rightarrow a^2 = (r-a)^2$$

$$a = r - a$$

$$2a = r$$

$$a = \frac{r}{2} \rightarrow R = \sqrt{\frac{a}{\xi} + \frac{1}{\xi}}$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{r}{\xi}}$$

$$(a - \frac{r}{2})^2 + (y - \frac{r}{2})^2 = \frac{D}{4}$$

15

امضا:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: ۲۰ نمره