

نام و نام خانوادگی:
مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
نام پدر:
شماره داوطلب:
تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد حافظ
آزمون نیمسال دوم سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

نام درس: آمار و احتمال یازدهم
نام دبیر: آقای احمدی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۴/۱۰
ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر
مدت امتحان: ۷۰ دقیقه

نمره به عدد:		نمره به حروف:		نمره به عدد:		نمره به حروف:	
نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:	
محل مهر و امضاء مدیر							
ردیف	سوالات						نمره
۱	با استفاده از جدول ارزش، ثابت کنید که گزاره‌های $(p \wedge q) \Rightarrow r$ و $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ با یکدیگر هم‌ارز هستند.						۲
۲	نقیض گزاره‌های سوری زیر را بنویسید و ارزش هر یک را مشخص کنید: الف) $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 \geq 0$ ب) $\exists y \in \mathbb{Z} \quad y^2 = 2$						۲
۳	اگر $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{2, 3, 4\}$ دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ باشند، با استفاده از قوانین دمورگان ثابت کنید: $(A \cup B)' = A' \cap B'$						۲
۴	در یک کارخانه، ۶۰٪ قطعات توسط ماشین A و ۴۰٪ توسط ماشین B تولید می‌شوند. درصد معیوب‌سازی ماشین A برابر ۵٪ و ماشین B برابر ۱۰٪ است. اگر یک قطعه به طور تصادفی انتخاب شود و معیوب باشد، احتمال اینکه توسط ماشین A تولید شده باشد را با قانون بیز محاسبه کنید.						۲
۵	دو تاس سالم را همزمان پرتاب می‌کنیم. فرض کنید A پیشامد آمدن عدد ۳ روی تاس اول و B پیشامد آمدن مجموع ۷ روی دو تاس باشد. الف) فضای نمونه را مشخص کنید. ب) نشان دهید که A و B مستقل هستند.						۳
۶	در یک کیسه ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی وجود دارد. دو مهره به ترتیب و بدون جای‌گذاری خارج می‌شوند. احتمال اینکه مهره اول قرمز و مهره دوم آبی باشد را با قانون ضرب احتمال محاسبه کنید.						۲
۷	نمرات ۱۰ دانش‌آموز در یک آزمون به صورت زیر است: ۱۴, ۱۶, ۱۸, ۱۵, ۱۷, ۱۴, ۱۹, ۱۵, ۱۶, ۱۷ میانگین، میانه و مد این داده‌ها را محاسبه کنید.						۲
۸	برای داده‌های سوال ۷، واریانس، انحراف معیار و ضریب تغییرات را محاسبه کنید.						۲
۹	یک نمونه تصادفی ۲۵ نفره از دانشجویان انتخاب شده و سن آن‌ها به صورت زیر است: ۲۲, ۲۳, ۲۱, ۲۴, ۲۲, ۲۵, ۲۰, ۲۳, ۲۲, ۲۱, ۲۴, ۲۲, ۲۳, ۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۰, ۲۲, ۲۱, ۲۳ الف) میانگین نمونه را محاسبه کنید. ب) با فرض اینکه انحراف معیار جامعه (σ) برابر ۱٫۵ سال باشد، بازه اطمینان ۹۵٪ برای میانگین سن کل دانشجویان را به دست آورید.						۳



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحدحافظ
کلید سؤالات فرداد ماه سال تمصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴



www.sarayedanesh.com

نام درس: آمار و احتمال یازدهم
نام دبیر: امدی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۱۴ / ۱۰
ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر
مدت امتحان: ۷۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر					
۱	جدول ارزش را تشکیل می دهیم:						
	p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \Rightarrow r$	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
	د	د	د	د	د	د	د
	د	د	ن	د	ن	ن	ن
	د	ن	د	ن	د	د	د
	د	ن	ن	ن	د	د	د
	ن	د	د	ن	د	د	د
	ن	د	ن	ن	د	ن	د
	ن	ن	د	ن	د	د	د
	ن	ن	ن	ن	د	د	د
۲	درست است « $\forall x \in \mathbb{R} \text{ ؛ } x \geq 0$ » گزاره (الف)			نادرست است « $\exists x \in \mathbb{R} \text{ ؛ } x < 0$ » نقیض آن			
	نادرست است « $\exists y \in \mathbb{Z} \text{ ؛ } y = 2$ » گزاره (ب)			درست است « $\forall y \in \mathbb{Z} \text{ ؛ } y \neq 2$ » نقیض آن			

طبق قانون دمورگان $(A \cup B)' = A' \cap B'$: $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ بنابراین $(A \cup B)' = \{5\}$ از طرفی: $A' = U - A = \{4, 5\}$ $B' = U - B = \{1, 5\}$ $A' \cap B' = \{4, 5\} \cap \{1, 5\} = \{5\}$ پس دو طرف برابرند و حکم ثابت شد.	۳
فرض کنید: A = قطعه توسط ماشین A ساخته شده باشد. B = قطعه توسط ماشین B ساخته شده باشد. D = قطعه معیوب باشد. داده‌ها: $P(A) = 0,6, P(B) = 0,4$ $P(D A) = 0,05, P(D B) = 0,10$ ابتدا $P(D)$ را با قانون احتمال کل حساب می‌کنیم: $P(D) = P(A) \cdot P(D A) + P(B) \cdot P(D B) = 0,6 \times 0,05 + 0,4 \times 0,10 = 0,03 + 0,04 = 0,07$ حال قانون بیز: $P(A D) = [P(A) \cdot P(D A)] / P(D) = (0,6 \times 0,05) / 0,07 = 0,03 / 0,07 = 3/7$ پس احتمال اینکه قطعه معیوب توسط ماشین A ساخته شده باشد، $3/7$ است.	۴
الف (فضای نمونه $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ که ۳۶ عضو دارد. ب (برای استقلال باید $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ باشد. $A = \{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\} \Rightarrow P(A) = 6/36 = 1/6$ $B = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\} \Rightarrow P(B) = 6/36 = 1/6$ $A \cap B = \{(3, 4)\} \Rightarrow P(A \cap B) = 1/36$ $P(A) \cdot P(B) = (1/6) \times (1/6) = 1/36$ پس $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ و بنابراین A و B مستقل‌اند.	۵
طبق قانون ضرب احتمال $P(\text{دوم آبی} \text{اول قرمز}) = P(\text{اول قرمز}) \times P(\text{دوم آبی و دوم آبی})$ تعداد کل مهره‌ها $8 =$ $P(\text{اول قرمز}) = 5/8$ پس از خارج شدن یک مهره قرمز، ۴ قرمز و ۳ آبی باقی می‌ماند (مجموعاً ۷ مهره). $P(\text{دوم آبی} \text{اول قرمز})$ بنابراین: $P = (5/8) \times (3/7) = 15/56$	۶

میانگین: $\bar{X} = (۱۴+۱۶+۱۸+۱۵+۱۷+۱۴+۱۹+۱۵+۱۶+۱۷) / ۱۰ = ۱۶۱/۱۰ = ۱۶,۱$ مرتبه‌سازی داده‌ها: ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۵, ۱۶, ۱۶, ۱۷, ۱۷, ۱۸, ۱۹ میانه: چون ۱۰ داده داریم، میانه میانگین دو دادهٔ وسط (پنجم و ششم) است: $۲/(۱۶+۱۶) = ۱۶$ مد: مقادیر ۱۴، ۱۵، ۱۶ و ۱۷ هر کدام ۲ بار تکرار شده‌اند، پس مد منحصر به فرد ندارد (چندمدی است).	۷
میانگین = ۱۶,۱ انحراف از میانگین و مربع آن: $(۱۴-۱۶,۱)^2=۴,۴۱, (۱۶-۱۶,۱)^2=۰,۰۱, (۱۸-۱۶,۱)^2=۳,۶۱, (۱۵-۱۶,۱)^2=۱,۲۱, (۱۷-۱۶,۱)^2=۰,۸۱, (۱۴-۱۶,۱)^2=۴,۴۱, (۱۹-۱۶,۱)^2=۸,۴۱, (۱۵-۱۶,۱)^2=۱,۲۱, (۱۶-۱۶,۱)^2=۰,۰۱, (۱۷-۱۶,۱)^2=۰,۸۱$ جمع مربع انحراف ها = ۹,۲۴ واریانس معیار انحراف $\sigma^2 = ۲۴,۹ / ۱۰ = ۲,۴۹$ تغییرات ضریب $\sigma = \sqrt{۲,۴۹} \approx ۱,۵۸$ $CV = \sigma / \bar{x} = ۱,۵۸ / ۱۶,۱ \approx ۰,۰۹۸ = ۹,۸\%$	۸
مجموع سن‌ها = ۵۵۰ (الف) $\bar{X} = ۵۵۰ / ۲۵ = ۲۲$: میانگین نمونه فرمول بازه اطمینان ۹۵٪ برای میانگین جامعه (ب): $\bar{x} - ۲\sigma/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + ۲\sigma/\sqrt{n}$ $\sigma = ۱,۵, n = ۲۵, \bar{x} = ۲۲$ $۲\sigma/\sqrt{n} = ۲ \times ۱,۵/\sqrt{۲۵} = ۳/۵ = ۰,۶$ بنابراین: $۲۲ - ۰,۶ \leq \mu \leq ۲۲ + ۰,۶$ $۲۱,۴ \leq \mu \leq ۲۲,۶$ پس با اطمینان ۹۵٪، میانگین سن کل دانشجویان بین ۲۱,۴ و ۲۲,۶ سال است.	۹