

نام درس: ریاضی (۳)

تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶

ساعت امتحان: ۳۰: ۰۷ صبح/عصر

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت

امتحانات نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴



www.sarayedanesh.com



021-2936

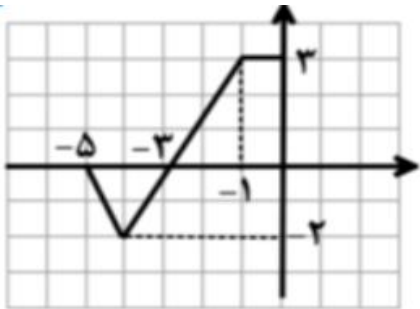
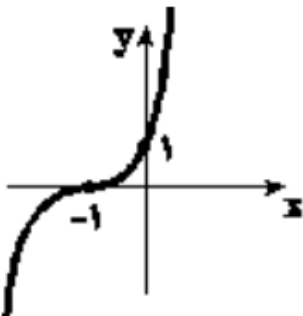
نام و نام خانوادگی:

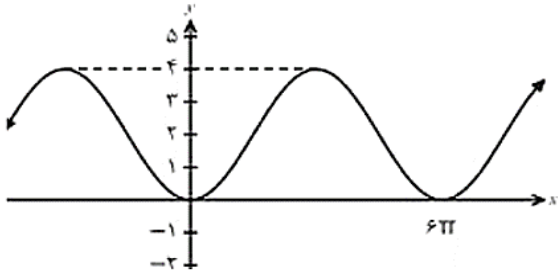
مقطع و رشته: دوازدهم تجربی

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

نام دبیر:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نام دبیر:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نام دبیر:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
ردیف	سؤالات	نمره	ردیف	سؤالات	نمره	محل مهر و امضاء مدیر
۱	با استفاده از ترکیب توابع، ثابت کنید $f(x) = \frac{2x-1}{3}$ ، $g(x) = \frac{3x+1}{2}$ وارون یکدیگرند.	۱	۱	ضابطه وارون تابع $f(x) = 1 - \sqrt{x+2}$ را به دست آورید.	۲	
۱/۵	اگر $f(x) = \sqrt{3-2x}$ ، $g(x) = \frac{6}{3x-5}$ باشد، دامنه تابع $y = g \circ f(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید	۱/۵	۳	نمودار تابع زیر را رسم کنید و بزرگترین بازه‌ای را مشخص کنید که تابع در آن اکیداً صعودی است.	۴	
۱/۵	$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x > 1 \\ 2 & ; -2 \leq x \leq 1 \\ -2x - 2 & ; x < -2 \end{cases}$		۴	تابع در کدام بازه اکیداً صعودی است؟		
۱	فرض کنید $f(x) = 1 + \sqrt{x-2}$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ می‌باشد. در این صورت $(g \circ f)^{-1}(2)$ را بیابید.	۱	۵	نمودار تابع f به صورت مقابل است. دامنه و برد تابع $g(x) = 2f(-x)$ را بنویسید.	۶	
۱		۱	۶			
۱	گر $f(x) = 2^x$ و $g(x) = x(2-x)$ باشد، نمودار $f \circ g$ از نظر یکنوایی چگونه است؟	۱	۷			
۱	نمودار تابع $y = x^2 + ax^2 + bx + 1$ به صورت مقابل می‌باشد، $a+b$ کدام است؟	۱	۸			

۹	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $f(x) = a \cos(bx) + 2$ یا $f(x) = a \sin(bx) + 2$ است. با دقت در شکل نمودار و محاسبه مقادیر a و b، ضابطه مربوط به این تابع را به دست آورید. 	۱/۵
۱۰	نمودار تابع $y = 1 - \tan x$ را در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ رسم کنید.	۱
۱۱	معادله مثلثاتی $\sin 4x - \sin 2x = 0$ را حل کنید.	۱
۱۲	اگر $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟	۱
۱۳	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	۱
	$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x^2 - x - 2}{ x^2 - 3x + 2 }$	
۱۴	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	۱
	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$	
۱۵	حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sin 2x - 1}$ کدام است؟	۱
۱۶	اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty}$ باشد، مقدار a کدام است؟	۱
	$\frac{a x+5 + 5x - 9}{ 2-3x + ax - 11} = 2$	
۱۷	در تابع $f(x) = x^3 + 1$ با استفاده از تعریف مشتق مقدار $f'(3)$ را بیابید.	۱
۱۸	اگر $f(x) = 2x^2 - 3x$ باشد، با استفاده از تعریف، مقدار $f'(-2)$ را محاسبه کنید، سپس معادله خط مماس بر منحنی تابع f در $x = -2$ را بنویسید.	۱/۵
صفحه ی ۲ از ۲		

جمع بارم : ۲۰ نمره



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
کلید سؤالات پایان نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴



www.sarayedanesh.com



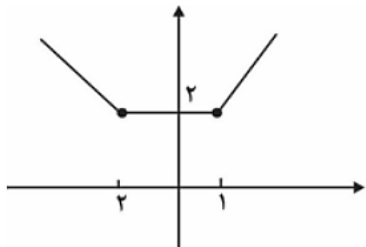
021-2936

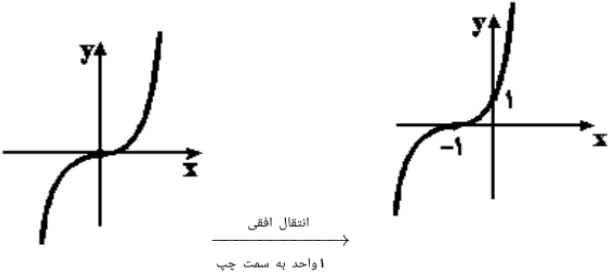
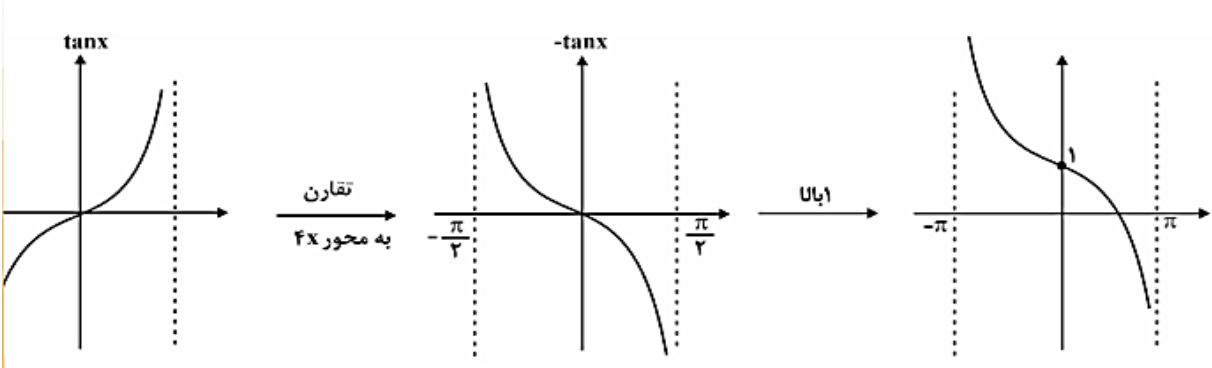
نام درس: ریاضی (۳) دوازدهم تجربی

تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶

ساعت امتحان: ۷:۳۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$fog(x) = f(g(x)) = \frac{2g(x)-1}{3} = \frac{2x+1-1}{3}x \quad (x \in D_g)$ $gof(x) = g(f(x)) = \frac{3f(x)+1}{2} = \frac{2x-1+1}{2} = x \quad (x \in D_f)$ پس f و g وارون یکدیگرند.	
۲	$y = 1 - \sqrt{x+2} \Rightarrow \sqrt{x+2} = 1 - y \Rightarrow x+2 = (1-y)^2$ $\Rightarrow x = (1-y)^2 - 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = (1-x)^2 - 2$	
۳	$D_f = (-\infty, \frac{3}{2}] \quad D_g = \mathbb{R} - \{\frac{5}{3}\}$ $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in (-\infty, \frac{3}{2}] \mid \sqrt{3-2x} \neq \frac{5}{3}\}$ $= \{x \leq \frac{3}{2} \mid x \neq \frac{1}{9}\} = \{-\infty, \frac{3}{2}\} - \{\frac{1}{9}\}$	
۴	 [1, +∞)	
۵	$(gof)^{-1}(2) = (f^{-1}og^{-1})(2) = f^{-1}(\underbrace{g^{-1}(2)}_3) = 6$	
۶	$D_g = [0, 5], \quad R_g = [-4, 6]$	
۷	اگر f صعودی و g نزولی باشد، fog نزولی است. همچنین اگر f و g هر دو صعودی باشند fog نیز صعودی است. در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) اگر $x \leq -\frac{b}{2a}$ باشد، تابع f صعودی و اگر $x > -\frac{b}{2a}$ باشد، نزولی است. حال تابع $f(x) = 2^x$ یک تابع صعودی است و روی بازه $(-\infty, 1]$ تابع $g(x) = x(2-x)$ نیز صعودی است. در نتیجه تابع fog صعودی است. همچنین تابع g به ازای $x \in [1, +\infty)$ یک تابع نزولی است، پس fog نزولی است. در نتیجه تابع fog ابتدا صعودی و سپس نزولی است.	

نمودار مورد نظر، مربوط به تابع $y = (x+1)^{\frac{1}{3}}$ می‌باشد.  انتقال افقی 1 واحد به سمت چپ $y = (x+1)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}} + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow a+b = 1$	۸
$\begin{cases} a + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 0 \xrightarrow{a < 0} a = -\frac{1}{2} \\ a = \frac{\frac{1}{2} - 0}{\frac{1}{2}} = 1 \xrightarrow{a < 0} a = -1 \end{cases}$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi \Rightarrow b = \frac{2\pi}{4\pi} = \pm \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) *$ $f(x) = -\frac{1}{2} \cos\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right)$ تشخیص این که تابع کسینوسی است:	۹
$y = -\tan x + 1$  تقارن به محور x 1 بالا	۱۰
$\sin 4x = \sin 2x \Rightarrow \begin{cases} 4x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = k\pi \\ 4x = 2k\pi + \pi - 2x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \end{cases}$	۱۱
$\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \frac{-1}{3} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{3}$ $\Rightarrow \cos^3 \alpha = \cos^3 \alpha - 1 = \left(\frac{-1}{3}\right)^3 - 1 = \frac{-1}{27} - 1 = \frac{-28}{27}$	۱۲
$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x^3 - x - 2}{\underbrace{x^3 - 3x + 2}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x^3 - x - 2}{-(x-1)(x-2)} =$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(3x+2)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x+2}{x-2} = \frac{5}{-1} = -5$ عبارت منفی است	۱۳

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} = 3$	۱۴
$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{y \cos x}{\sin 2x - 1} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{y \times (\frac{\sqrt{2}}{2})}{1 - 1}$ $= \frac{\text{عدد مثبت}}{0} = -\infty$	۱۵
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a x+5 + 5x - 9}{ 2-3x + ax - 11} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a(-x-5) + 5x - 9}{2-3x + ax - 11}$ $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-a+5)x - 5a - 9}{(a-3)x - 9} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-a+5)x}{(a-3)x}$ $= \frac{-a+5}{a-3} = 2 \Rightarrow -a+5 = 2a-6 \Rightarrow 3a = 11 \Rightarrow a = \frac{11}{3}$	۱۶
$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} \quad (o/25) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 1 - 10}{x - 3}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} \quad (o/25)$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{(x-3)}} = 3 + 3 = 6 \quad (o/25)$	۱۷
$f'(-2) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 3x - 14}{x + 2}$ $= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(2x-7)}{(x+2)} - 9 = -11$ $y = -11x - 8$ معادله خط مماس $\setminus [x = -2 \rightarrow y = 14$ $\Rightarrow A(-2, 14) \rightarrow$	۱۸
نام و نام خانوادگی مصحح : امضاء:	جمع بارم : ۲۰ نمره